ENGENHARIA

Publicação trimestral de investigação científica e desenvolvimento pvp 400$00

revista de Engenharia

número único de 1992
Julho de 1993
ISSN 0040-1714

JNICT

JUNTA NACIONAL DE INVESTIGAÇÃO
CIENTÍFICA E TECNOLÓGICA

CIÊNCIA & TECNOLOGIA

Um Binómio de Progresso

Linhas de Acção

Programa CIENCIA

•

Programa STRIDE

•

Programa Base
de Investigação Científica
e Tecnológica

Projectos de Investigação Científica e Tecnológica

Cooperação Universidade-Empresa

Ciências da Saúde

Ambiente

Ciências Sociais e Humanas

•

Programa de Formação
e Mobilidade de Recursos Humanos

•

Programa de Cooperação
Internacional em C&T

SECRETARIA DE ESTADO DA CIÊNCIA E TECNOLOGIA
MINISTÉRIO DO PLANEAMENTO E ADMINISTRAÇÃO DO TERRITÓRIO

TÉCNICA

revista de Engenharia

número **ÚNICO** 1992

3 **Editorial**

Artigo Convidado

7 **Condução Eléctrica em Ferrites Cristalinas:** Carlos Sá Furtado

Notas Científicas

25 **Linguistic Controller Applied to DC Machines:** João M. da Costa Sousa

35 **A Geometria e a Mecânica do Saca-Rolhas:** M. Amaral Fortes

59 **Determinação Experimental das Forças de Introdução e Extracção de um Saca-Rolhas:** A. Sousa Brito e M. Amaral Fortes

67 **An Introduction to Multilayer Perceptrons:** Luís B. Almeida

89 **A Step Further on Image Communications: The CCITT H.261 Standard:** Fernando M. Bernardo Pereira

117 **A Electrónica de Potência na Física: O Rectificador de Alimentação das Bobinas do Tokamak do Centro de Fusão do IST:** João José Esteves Santana

129 **The Thompson Scattering Diagnostic for the Tokamak ISTTOK:** R. Vigário, C. A. F. Varandas, M. P. Alonso, J. L. Pinto, W. Toledo, H. Figueiredo and J. A. C. Cabral

143 **Constitutive Relations in Invariant Form:** Maria Hermínia Marçal

151 **O Escoamento Turbulento em Sistemas de Queima:** M. V. Heitor e A. L. N. Moreira

167 **Problemática do Separador numa Bateria Hermética de Recombinação de Gás (SLA):** C. A. C. Sequeira e C. A. S. Faria

Técnica, revista de Engenharia
Publicação Trimestral
pvp 400$00,
distribuição gratuita aos sócios efectivos da AEIST e aos docentes do IST
ISSN 0040-1714
Depósito Legal 41683/90
Registo de Imprensa 101407

Propriedade
Associação dos Estudantes do Instituto Superior Técnico
Av. Rovisco Pais, P-1000 Lisboa, Portugal
CN 501055606

Administração, Serviços Comerciais e Assinaturas
Av. Rovisco Pais, P-1000 Lisboa, Portugal
Tel. 351-1-8471000, ext. 1410, Tel. 351-1-8497515
Fax. 351-1-8499242, 351-1-8474014
Correio Electrónico: aeistdoc@eta.ist.utl.pt

Direcção
Director Científico: Manuel Abreu Faro
Director Executivo: Gerardo Vieira Lisboa
Secretariado: Paula Cristina Godinho

Publicidade
DOSSIER Comunicação e Imagem, Lda.
Rua dos Açores, 84 - 1.º Esq., P-1000 Lisboa
Tel. 351-1-3559294/5
Fax. 351-1-536682

Maquetagem
EUROIMPRESSOS - Publicidade e Artes Gráficas, Lda.
Rua Tenente Médico Ramiro Correia, Lt. 24 - Lj. Esq.
Vale Figueira - P-2685 Sacavém
Tel. 351-1-9941084
Fax. 351-1-9941632

Montagem
Colprinter - Indústria Gráfica, Lda.
Rua D. Afonso Henriques, Lt. 1-A
S. João da Talha - P-2685 Sacavém
Tel. 351-1-9552148
Fax. 351-1-9557868

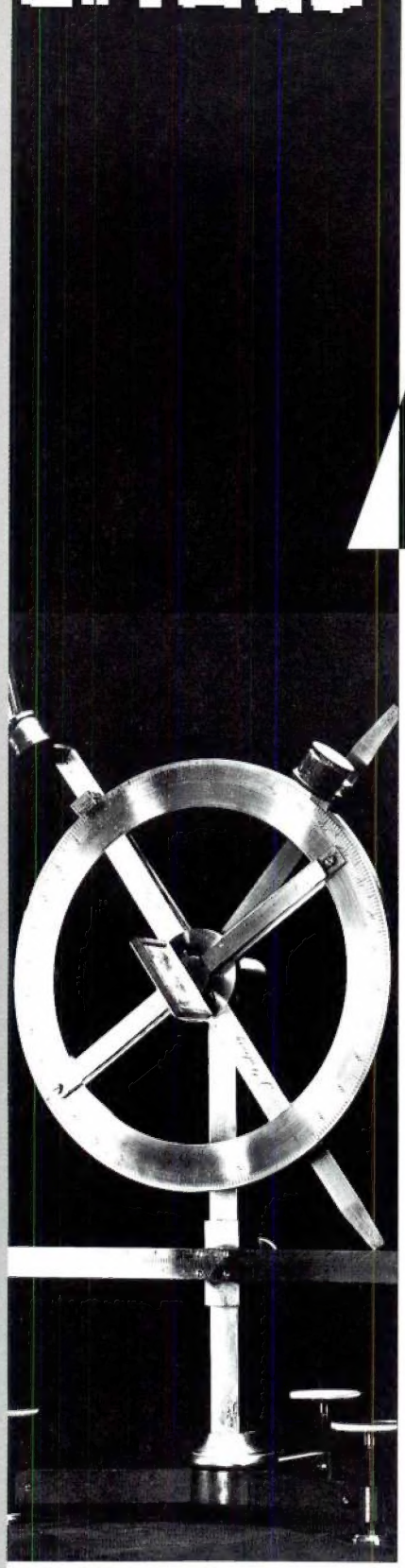
Impressão / Acabamento
PAC - Artes Gráficas, Lda.
Pç. M. Cerveira Pereira, 34 - 1900 Lisboa
Tel. 351-1-8471659
Fax. 351-1-8471627

Apoio
Conselho Directivo do Instituto Superior Técnico

DOSSIER

AGÊNCIA DE PUBLICIDADE DE SERVIÇO COMPLETO

Comunicação e Imagem, Lda.
R. dos Açores, 84 1.º Esq.
Tel.: 355 92 94/5 Fax: 53 66 82



EDITORIAL

A Técnica representa um espaço importante
de informação científica e técnica.
Indissoluvelmente ligada ao Instituto Superior Técnico
foi, entre nós, e pelos seus colaboradores,
pioneira no tratamento e investigação de ciências e
técnicas de vanguarda.
Das suas páginas,
dos números especiais que tem publicado,
consta a história da Técnica,
daqueles que nela se envolveram.
O Conselho Directivo do Instituto Superior Técnico,
sentindo assim,
tem-nos dado precioso auxílio.
Com essa ajuda,
com esse encorajamento,
a Técnica afirma-se mais uma vez.
O número especial que se dedicará
à memória de Duarte Pacheco
é exemplo do que se disse.
Sinal de esperança, também.
Manteremos a nossa estrutura.
Os artigos convidados conseguem-se,
as notas científicas chegam-nos com regularidade,
raras são, no entanto, as notícias técnico-científicas.
Notícias que em linguagem rigorosa,
não matematizada,
nos facultem visão clara e actualizada
do que vai acontecendo
na Ciência
na Técnica.

Engenheiro já você é. (m/f) Desafio profissional vai ter.

Gostar de trabalhar em equipa não é especialmente difícil.
Ou se gosta ou não se gosta.
Ter capacidade para tomar iniciativas, resolver problemas, e interesse numa formação contínua, é exactamente a mesma coisa.
Ou se tem ou não se tem.
O mesmo acontece em ser-se engenheiro.
Ou se é ou não se é.
Agora, o mais interessante de tudo isto, é quando uma empresa lhe pode proporcionar a oportunidade de fazer algo diferente, de se entregar a uma actividade criativa e de iniciar um novo percurso profissional na construção de um automóvel de qualidade mundial.
Ou lhe proporciona ou não.
Esta proporciona-lhe. Mesmo que você não tenha experiência profissional anterior.

Peça o formulário de inscrição, de preferência pelos telefones 01-3212599/3508599 ou envie-nos o seu C.V. (Ref. AE 132 - 09/93) para:

Centro de Recrutamento
AUTOEUROPA
Quinta da Marqueza,
Quinta do Anjo
2950 Palmela

Onken

ESCLARECIMENTO

A Técnica dá continuidade à sua publicação com um número único referente a 1992. Espera-se que, dentro em breve, atinja o seu ritmo normal.

Afim de garantir a publicação do original, há muito enviado, este número único assumiu uma dimensão praticamente dupla de um número normal.

Além deste esclarecimento outro se considera necessário:

— Que os artigos convidados não excedam 16 páginas, dactilografadas em A4;

Que os artigos técnico-científicos não excedam 8 páginas;

— Que os artigos de investigação, correntemente designados por notas científicas, não excedam, também 8 páginas.

Só respeitando estes limites se poderá assegurar à revista a diversidade e celeridade que se pretende. Isto, em face, do original que nos tem sido enviado.

TÉCNICA
revista de Engenharia

Torne-se assinante da Técnica.

4 números - 1400$00

Para mais informações contacte-nos pelo telefone 351-1-8417410 ou fax 351-1-8499242
ou escreva-nos para: Técnica, revista de Engenharia, Av. Rovisco Pais nº1, P-1096 Lisboa CODEX

Características de Comportame
Térmico dos Edifícios

MANUAL DE APOIO

Editado Por

E. DE OLIVEIRA FERNANDES
EDUARDO MALDONADO

Direcção Geral de Energia

INFORMAÇÕES E VENDA

Direcção Geral de Energia
Av. 5 de Outubro, 87
1000 LISBOA

LINHA AZUL
795 19 80

nual de Software
Aplicações do
ulamento

ério da
TRIA e ENERGIA

ferrites, propriedades eléctricas, impedância, fronteiras de grão, óxidos de cobalto, semicondutores

ferrites, electrical, properties, impedance, grain boundaries, cobalt oxides, semiconductors

Carlos Sá Furtado
Centro de Electrotecnia Universidade de Coimbra, INIC

CONDUÇÃO ELÉCTRICA EM FERRITES CRISTALINAS

Resumo

O transporte de cargas eléctricas em ferrites policristalinas é explicado em função da sua microestrutura, isto é, com base na existência de grãos e fronteiras de grão. A condução eléctrica nos grãos é interpretada admitindo a ocorrência de um mecanismo de salto ("hopping") de electrões entre os iões Fe^{2+} e Fe^{3+} localizados nos sítios octaédricos da rede de espinela das ferrites. A condução através das fronteiras de grão é descrita considerando duplas barreiras de Schottky entre grãos, as quais são devidas à fixação de electrões em centros de retenção ("trap states") nas regiões intergranulares. As contribuições para a resistividade total de uma ferrite policristalina - uma devida aos grãos, a outra devida à fronteiras de grão - são separadas à custa da espectroscopia de impedância complexa. As teorias e modelos atrás referidos são aplicados a amostras de ferrites do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$ por nós fabricadas e medidas

Abstract

The transport of electrical charges in polycrystalline ferrites is explained in terms of their microestructure, i. e., the existence of grains and grain boundaries. The electrical conduction within the grains is interpreted by the hopping of electrons between the Fe^{2+} and Fe^{3+} ions localised in the octahedral sites of the ferrites spinel lattice. The conduction through the grain boundaries is described by considering double Schottky barriers between the grains, which are caused by the electrons retained in the trap states of the intergranular regions. The resistivity components of the total resistivity of a polycrystalline ferrite - one due to the grains, the other to the grain boundaries - are separated by using complex impedance spectroscopy. Theories and models above referred are applied to ferrite samples of the $Co_xFe_{3-x}O_4$ system which we have fabricated and measured.

1 Introdução

As cerâmicas electrónicas policristalinas têm uma vasta utilização industrial com usos muito diversificados. Entre elas sobressaem as ferrites pelas suas aplicações em dispositivos de alta frequência, desde micro-ondas a rádio-frequências. Em comparação com outros materiais magnéticos apresentam elevada resistividade o que implica a redução das correntes de Foucault. A alta resistividade depende fortemente da estequiometria: por exemplo, a resistividade da ferrite de níquel e zinco pode variar 8 ordens de grandeza, dependendo da relação Ni,Zn:Fe [1].

Além disso, as suas propriedades são em larga medida derivadas de fenómenos de fronteira de grão [2-5], conforme se conclui da sua comparação com cristais simples. Desempenham, assim, as fronteiras de grão um papel significativo, por vezes, determinante, nas características operacionais de vários tipos de dispositivos electrónicos.

As cerâmicas policristalinas exibem uma grande variedade de estruturas de fronteiras de grãos, dependendo da composição e do processo de fabrico. Bastante esforço tem sido desenvolvido, com o fim de entender o comportamento das fronteiras de grão, muito embora deva ser acrescentado não terem recebido os óxidos a merecida atenção. Nas fronteiras de grãos desenvolvem-se barreiras de potencial, que são identificadas como duplas barreiras de Schottky. O estudo dos parâmetros das fronteiras de grão, tais como o potencial intrínseco de equilíbrio V_{bo}, a carga de interface Q_{ss} e a concentração de dopantes, dadores ou aceitadores, nos grãos adjacentes torna-se essencial para o entendimento dos fenómenos [6].

O transporte electrónico nas cerâmicas policristalinas depende, pois, do transporte no interior dos grãos e através das fronteiras de grãos. A medida em corrente contínua não permite a separação das duas contribuições para a resistência total. Todavia, o recurso a medidas em corrente alternada, com a subsequente representação no plano complexo da impedância, permite realizar essa separação.

É objectivo deste artigo expôr um resumo dos conhecimentos relativos à condução eléctrica nos grãos (em volume) das ferrites, à condução através das fronteiras de grãos, à espectroscopia de impedância complexa e apresentar alguns dos resultados por nós obtidos.

2 Condução nos Grãos

Numa cerâmica policristalina, os grãos monocristalinos encontram-se separados por uma região intergranular, que pode ser ou não constituída por uma diferente fase. A figura 1 mostra esquematicamente a respectiva estrutura. O que vamos aqui apresentar é a condução eléctrica que tem lugar no seio de uma ferrite.

As ferrites têm uma estrutura cristalina do tipo da espinela [7], que é o óxido de alumínio e magnésio ($MgAl_2O_4$). Contém oito moléculas por célula unitária, na qual existem 8 iões metálicos rodeados tetraedricamente por 6 iões de oxigénio (ver figura 2).

As ferrites pertencem ao grupo dos semicondutores de valência controlada como são descritos por Verwey et al [8]. Comportam-se como semicondutores de baixa mobilidade em que a influência da temperatura na concentração de portadores de carga é muito pequena e a energia de activação é associada mais com a mobilidade dos por-

Original recebido para publicação em 26 de Março de 1992

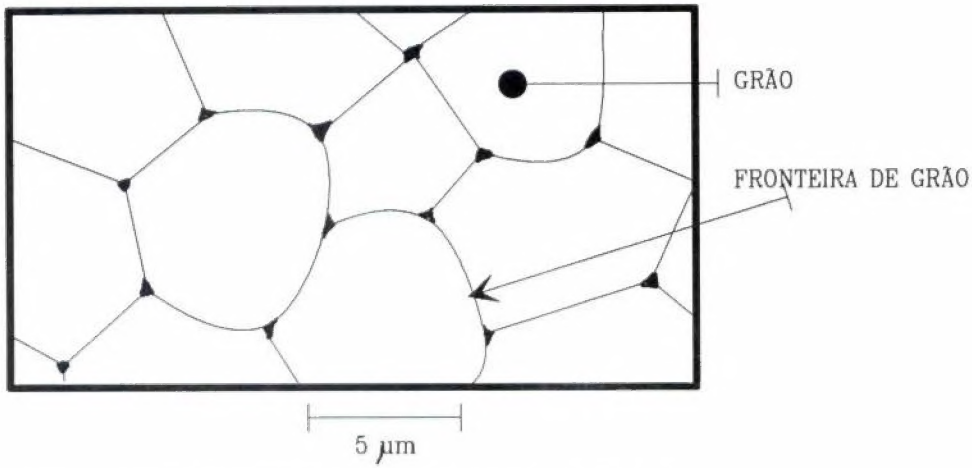


figura 1 Representação esquemática da microestrutura de uma cerâmica policristalina

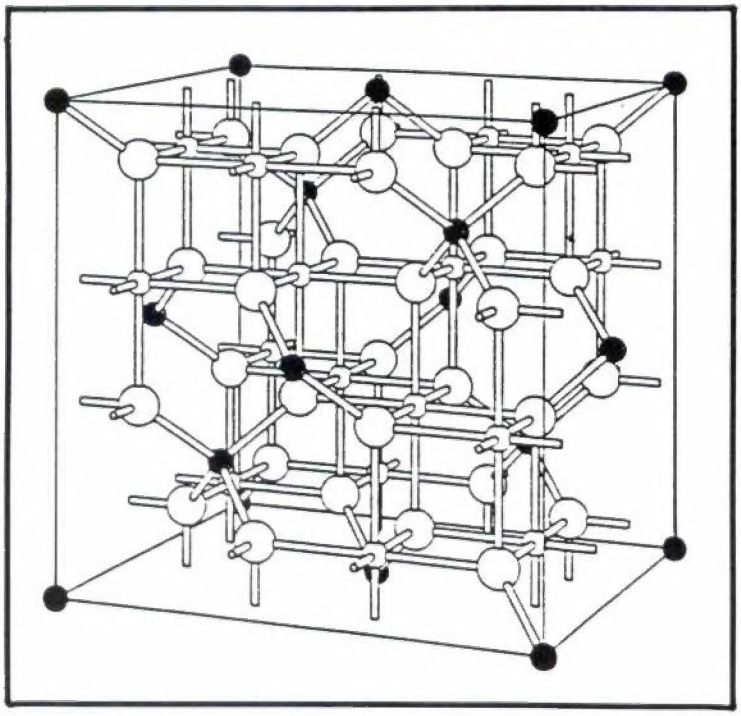


figura 2 Estrutura da espinela. ○ - aniões O^{2-} • - catiões - sítios *A*: Fe^{3+}
○ - catiões - sítios *B*: Fe^{2+}, Fe^{3+}, Me^{2+}, Me^{3+}

tadores do que com o seu número. O transporte das cargas eléctricas é interpretado através do modelo de salto ("hopping"), termicamente activado, entre estados electrónicos localizados. Os portadores podem ser considerados localizados nos sítios dos iões ou das vagaturas e os resultados têm sido interpretados em termos de permuta de carga entre iões de valência diferente em sítios equivalentes. Para concentrações tão elevadas esperar-se-ia, da teoria das bandas, um comportamento metálico. Todavia, para estes materiais a teoria de transporte usual não se aplica. Para a rede em equilíbrio há uma pequena sobreposição entre as funções de onda dos iões nos sítios octaé-

dricos adjacentes, sítios *B*, da rede de espinela. Para as ferrites, de que aqui se apresentarão alguns resultados, pertencentes ao sistema $Co_x Fe_{3-x} O_4$ [9], ter-se-á na vizinhança de x=1:

$$\text{para } x<1 \quad \cdots\left(Fe^{3+}\right)_A\left(Fe^{2+}_{1-x}Co^{2+}_x Fe^{3+}\right)_B O^{2-}_4;$$

$$\text{para } x>1 \quad \cdots\left(Fe^{3+}\right)_A\left(Co^{2+}Co^{3+}_{x-1}Fe^{3+}_{2-x}\right)_B O^{2-}_4.$$

Os electrões e lacunas envolvidos no transporte não são livres para se mover ao longo do cristal uma vez que se encontram fixos aos iões metálicos dos sítios octaédricos *B*. Contudo, na presença de vibrações da rede, os iões aproximam-se ocasionalmente o suficiente para que, com um grau elevado de probabilidade, se dê a transferência. A condução é, assim, apenas induzida pelas vibrações da rede e, em consequência, a mobilidade dos portadores mostra uma dependência da temperatura caracterizada por uma energia de activação. A expressão para a mobilidade [10] quer sejam electrões quer sejam lacunas, é dada por

$$\mu = \frac{ed^2 \nu \exp\left(-E/kT\right)}{kT} \qquad (1)$$

onde *e* é a carga electrónica, $d = \frac{1}{4}a\sqrt{2}$ representa a distância de salto que se considera igual à distância entre sítios octaédricos vizinhos, ν a frequência de vibração da rede, *E* a energia de activação relativa à mobilidade, *k* a constante de Boltzmann e *T* a temperatura absoluta. A energia de activação está relacionada com os potenciais de terceira ionização dos átomos metálicos.

A expressão geral para a condutividade é

$$\sigma = n_1 e\mu_1 + n_2 e\mu_2 \qquad (2)$$

onde n_1 e n_2 representam a concentração de electrões e de lacunas e μ_1 e μ_2 as mobilidades correspondentes.

No caso de ferrites contendo Fe^{2+} em sítios octaédricos, a concentração *n* é constante num intervalo de temperatura bastante largo. Neste caso, a energia de activação da condutividade *E* é definida pela energia de activação da mobilidade. O mecanismo de condução electrónica é assim explicado por salto dos electrões entre iões Fe^{2+} e Fe^{3+} localizados nos sítios octaédricos da rede de espinela [11].

Se a concentração do ião ferroso [Fe^{2+}] é desprezável, os portadores de carga são gerados por salto ("hopping") electrónico entre catiões de diferente valência. Assim, no caso do sistema $Co_x Fe_{3-x} O_4$, com x>1, ter-se-á a seguinte reacção de permuta electrónica nos sítios octaédricos da rede de espinela

$$Co^{2+} + Fe^{3+} \rightarrow Co^{3+} + Fe^{2+}.$$

O material é então do tipo p, havendo que considerar a concentração de lacunas dada por

$$p = p_0 \exp\left(-E_n/kT\right) \qquad (3)$$

onde p_0 é a concentração de Co^{2+} nos sítios octaédricos. A energia de activação da condutividade será igual à soma das energias de activação da mobilidade, E_{mob}, e da concentração, E_n:

$$E = E_{mob} + E_n \qquad (4)$$

As conclusões, quanto ao serem electrões ou lacunas os portadores de cargas, são suportadas pelo sinal do poder termoeléctrico ou coeficiente de Seebeck, que é positivo para $x<1$ e negativo para $x>1$.

3 Condução através das fronteiras de grão

O transporte electrónico através das fronteiras de grão é condicionado por barreiras de potencial eléctrico que são originados por estados de retenção ("trap states") localizados na região intergranular [12], [13]. A desadaptação da rede é, por si só, suficiente para causar um conjunto superficial de estados localizados nas fronteiras de grãos. Além disso, há defeitos pontuais e impurezas que se aglomeram nas fronteiras de grão. A segregação de solutos para junto das fronteiras de grão tem sido objecto de extensos artigos de síntese [14]. Assim um grande número de defeitos, muitos dos quais são electricamente activos, agregam-se nas fronteiras de grão. Tem interesse conhecer a natureza dos defeitos e o seu relacionamento com a estrutura das fronteiras de grão e, bem assim, a importância e o papel desempenhado pelas impurezas segregadas.

A existência de regiões de carga espacial em descontinuidades da rede cristalina num sólido iónico foi primeiro postulada por Frenkel [15]. Distribuições de carga espacial [15], [16] causadas por estes defeitos carregados produzem uma diferença de potencial entre o interior e a fronteira de grão. A equação de Poisson governa a densidade de carga e o potencial electrostático na região intergranular. A densidade de corrente que se estabelece quando a fronteira de grão fica sujeita a uma diferença de potencial é calculada com base num modelo de dupla barreira de Schottky com emissão termiónica de portadores maioritários e a aproximação da depleção. Em semicondutores do tipo n, os estados electricamente activos na região intergranular são aceitadores. Em equilíbrio, os electrões ocupam estes estados carregando negativamente a interface, formando-se uma camada de depleção de cada lado da interface.

Vários modelos têm sido propostos, tendo em comum a existência de uma interface carregada entre as fronteiras de grão limitada por cargas espaciais penetrando nos grãos adjacentes. Todos os modelos se baseiam implícita ou explicitamente na existência de estados de retenção ("trap states"), de baixa energia, na interface entre os grãos, o que leva à formação de barreiras de potencial.

O modelo de Pike e Seager [6] deduz expressões para a dependência da densidade de corrente em função da temperatura e da tensão da barreira de potencial em que a função densidade de estados de retenção interfaciais serve de parâmetro de ajuste. Consiste num formalismo auto-consistente, relacionando a dependência da intensidade de corrente relativamente à tensão (J-V) com a densidade de estados de defeito na fronteira, $N_{SS}(E)$. O potencial químico das regiões das fronteiras de grão é obviamente diferente do interior dos grãos. Se esse potencial químico for inferior, no caso de um material do tipo n resultará uma transferência de electrões para a região intergranular até que a energia de Fermi seja a mesma na fronteira e nos grãos adjacentes (ver figura 3).

Na sua forma unidimensional, calcula-se a barreira de potencial em $x=0$, resolvendo a equação de Poisson

$$\frac{d^2\Psi}{dx^2} = -\frac{eN}{\varepsilon\varepsilon_0} \qquad (5)$$

onde Ψ é o potencial electrostático e N a densidade de carga espacial. Desprezando a largura da barreira, o que é legítimo desde que seja inferior a 100 Å, a solução é

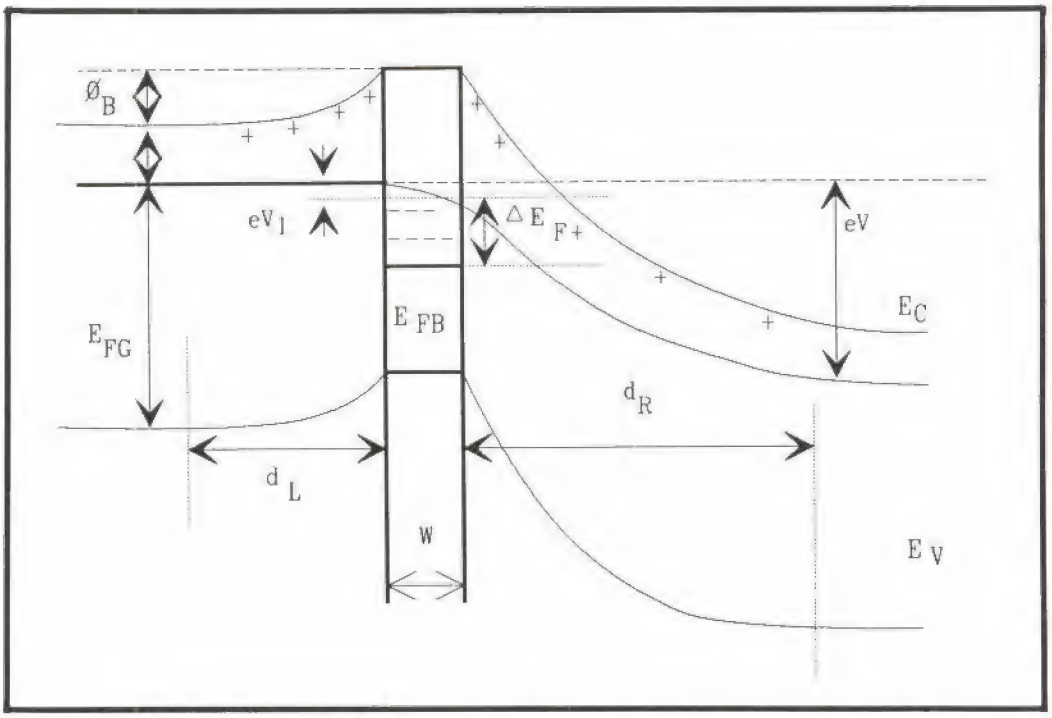


figura 3 Diagrama de bandas de energia para dois grãos semicondutores e a sua região intergranular, com a aplicação de uma tensão.

$$Q = \sqrt{\frac{\Phi_B}{4\gamma}} + \frac{\sqrt{\Phi_B + eV}}{4\gamma} \qquad (6)$$

onde Q é a densidade superficial de carga espacial na região da barreira, Φ_B a curvatura da banda de energia em x=0, $\gamma = e^2 / 8\varepsilon\varepsilon_0 N_d$ e N_d é a concentração de dadores nos grãos.

Outra expressão pode ser escrita para Q, relacionando o número de estados ocupados na região da barreira com a densidade de estados $N_{ss}(E)$ e o quase-nível de Fermi, E_F:

$$Q = \omega \int_0^E N_{ss}(E) f(E, E_F) dE - \omega \int_0^E N_{ss}(E) f(E, E_{FB}) dE \qquad (7)$$

onde $f(E, E_F)$ é a função de Fermi e E_{FB} é o nível de Fermi teórico, supondo a fronteira electricamente neutra. Pode-se escrever

$$E_F = E_{FB} + \Delta E_F , \qquad (8)$$

onde ΔE_F é o desvio do nível de Fermi na fronteira induzida pelo excesso de carga. Da figura 3

$$\Delta E_F = E_{FG} - E_{FB} - \Phi_B - eV_1 , \qquad (9)$$

onde eV_1 é a diferença dos níveis de Fermi correspondentes à fronteira e ao grão mais negativo. Assim

$$E_F = E_{FG} - \Phi_B - eV_1 . \qquad (10)$$

Se, em função da tensão aplicada V, fôr conhecido V_1, poder-se-á determinar Φ_B a partir da equação

$$\sqrt{\frac{\Phi_B}{4\gamma}} + \sqrt{\frac{\Phi_B + eV}{4\gamma}} = \omega\int_0^{E_c} N_{ss}(E) f(E, E_{FG} - \Phi_B - eV)dE - \\ -\omega\int_0^{E_c} N_{ss}(E) f(E, E_{FB})dE, \tag{11}$$

Admitindo ser a emissão termiónica o único mecanismo importante no fluxo da corrente através da barreira, pode-se escrever a densidade de corrente no sentido da ocupação dos estados de retenção ("trap states") da barreira

$$J_{in} = cA\exp\left(-\frac{\zeta + \Phi_B}{kT}\right) + cA\exp\left(-\frac{\zeta + \Phi_B + eV}{kT}\right) \tag{12}$$

onde A é o prefactor de Schottky-Richardson [12], c a fracção dos portadores incidentes aprisionados na fronteira, e ζ a diferença entre a energia de Fermi e a base da banda de condução numa região afastada da barreira.

Por outro lado, a corrente emitida pelos centros retentores ("traps") dos electrões é dada por

$$J_{out} = B\exp\left(-\frac{\zeta + \Phi_B + eV_1}{kT}\right) \tag{13}$$

Considerando o caso de V=0, de J_{in}=J_{out}, resulta B=2 c A e consequentemente

$$eV_1 = -kT\ln\left[\frac{1 + \exp(-eV/kT)}{2}\right] \tag{14}$$

Daqui se conclui ser $eV_1 \approx kT$ mesmo quando $V \to \infty$, o que dá o valor máximo de $eV_1 = kT\ ln2$. Admitindo ser isotrópica a emissão dos electrões a partir dos centros retentores ("traps"), a densidade de corrente resultante será igual à diferença entre os dois termos da equação [12], vindo

$$J = A\exp\left(-\frac{\zeta + \Phi_B}{kT}\right)\left[1 - \exp(-eV/kT)\right]. \tag{15}$$

O valor da condutância em c.c. para baixos valores da tensão V será dado por

$$\lim_{V \to 0} J/V \equiv G_0 = A'\exp\left(-\frac{\zeta + \Phi_B}{kT}\right). \tag{16}$$

A energia de activação calcula-se, como é usual, a partir de

$$E_{act}(V = 0) \equiv -\frac{k\,\partial \ln G_0}{\partial \frac{1}{T}} \approx \zeta + \Phi_{B0} - T\frac{\partial(\zeta + \Phi_{B0})}{\partial T} \tag{17}$$

Para o caso do semicondutor em exaustão, o que implica $\zeta = bT$, virá

$$E_{act}(V = 0) = \Phi_{B0} - T\frac{\partial \Phi_{B0}}{\partial T} \tag{18}$$

4 A capacidade eléctrica das fronteiras de grão

As fronteiras de grão apresentam fenómenos capacitivos explicáveis com base num modelo de dupla camada de depleção associada a emissão termiónica.

Caso não exista qualquer tensão aplicada, a capacidade por unidade de superfície, igual à que se verifica a alta frequência, será dada por [17]

$$C_{HF} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{2d} \tag{19}$$

onde $\varepsilon\varepsilon_0$ é a constante dieléctrica da região intergranular e d a profundidade da camada de depleção em cada um dos grãos.

Quando se aplica uma pequena tensão alternada ($V_{ac}<<kT/e$) sobreposta a uma tensão contínua de polarização V_{dc}, ou seja,

$$v(t) = V_{dc} + V_{ac}\,\mathrm{sen}\,(\omega t), \tag{20}$$

ter-se-á que tomar em conta que a quantidade de carga q_B retida na fronteira de grão não se pode ajustar instantaneamente ao valor de regime permanente correspondente ao valor instantâneo da tensão. O valor de q_B é governado por uma equação de taxa de variação [18]

$$\frac{dq_B}{dt} + \frac{q_B(t) - q_{B,SS}(t)}{\tau} = 0 \tag{21}$$

onde $q_B(t)$ e $q_{B,,SS}(t)$ são os valores instantâneos e estacionário da carga retida na fronteira e a constante de tempo τ é dada por

$$\tau = \tau_0 \exp\left(\frac{\zeta + \Phi_B}{kT}\right) \tag{22}$$

com $\zeta = E_c - E_F$.

Para a tensão aplicada, $V_{dc} + V_{ac}\,sen\,\omega t$, a solução desta equação será

$$q_B(t) = q_{B,dc} + q_{B,0}\,\mathrm{sen}\,\omega t + q_{B,90}\cos\omega t. \tag{23}$$

Da equação de Poisson, equação (5), resulta que a altura da barreira de potencial depende do valor instantâneo de q_B, donde se pode escrever

$$\Phi_B(t) = \Phi_{B,dc} + \Phi_{B,0}\,\mathrm{sen}\,\omega t + \Phi_{B,90}\cos\omega t. \tag{24}$$

A solução da equação de conservação da carga no limite da região direita de depleção, d_R, mostra que a densidade de corrente total fluindo para o circuito externo é dada por

$$J = \dot{q}_R + J_{over}\ , \tag{25}$$

onde $\dot{q}_R$ é a taxa de variação da densidade de carga em d_R e é responsável pela capacidade normal de alta frequência por unidade de área

$$C_{HF} = \frac{\varepsilon\varepsilon_0}{d_L + d_R}\ . \tag{26}$$

A corrente de ultrapassagem da barreira, suposta originária em emissão termiónica, virá dada por

$$J_{over} = \left(1 - \frac{c}{2}\right) A^* T^2 \exp\left(-\frac{\zeta + \Phi_B}{kT}\right)\left(1 - \exp\frac{-eV}{kT}\right)$$

onde c é a fracção da corrente incidente capturada pelos estados de retenção ("trap states") das fronteiras de grão e A^* a constante de Richardson. Uma vez que a densidade de corrente de ultrapassagem, J_{over}, depende da altura da barreira, Φ_B, segue-se que

$$J_{over} = J_{dc} + J_0 \operatorname{sen} \omega t + J_{90} \cos \omega t. \qquad (28)$$

Se admitirmos ser a fronteira de grão representada electricamente por um circuito paralelo RC, então a corrente em fase com a tensão aplicada, J_0, determina o valor da resistência R, enquanto a corrente em atraso de fase de 90° , J_{90}, determina o valor da capacidade C. A capacidade total por unidade de área pode assim ser escrita na forma habitual

$$C(\omega) = C_{HF} + \frac{C_D}{1 + \omega^2 \tau^2}. \qquad (29)$$

5 Diagramas de impedância

Acabámos de ver que, numa cerâmica policristalina, há a considerar: uma resistência associada aos grãos e uma impedância associada às barreiras de potencial constituídas nas fronteiras de grãos. Em corrente contínua não é possível fazer a sua destrinça, pelo que se recorre à espectroscopia de impedância complexa para fazer a sua separação.

Uma amostra de cerâmica policristalina pode, com a maior generalidade, ser representada pelo circuito da figura 4

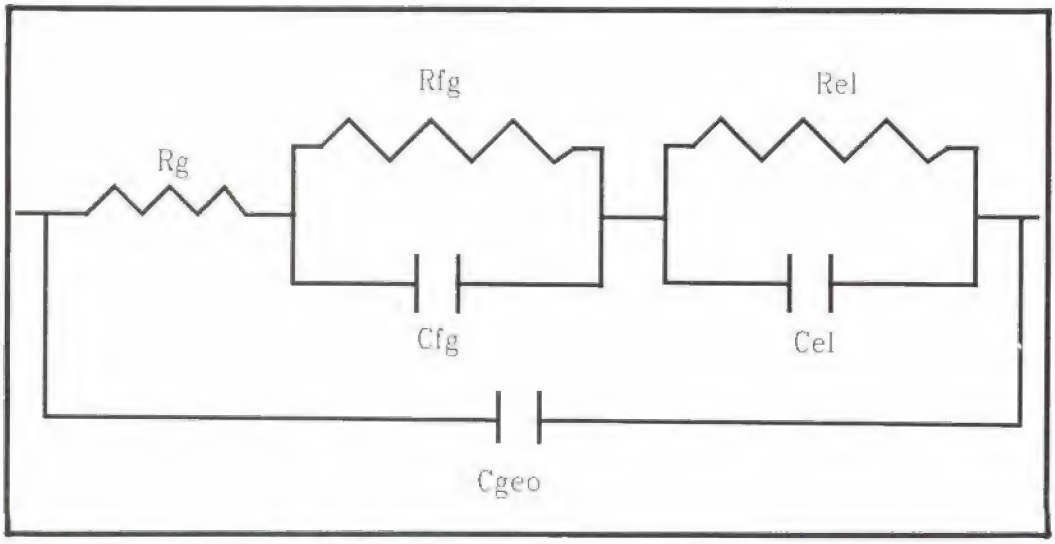


figura 4 Circuito representativo de uma cerâmica policristalina

a que corresponde o diagrama de impedância da figura 5.

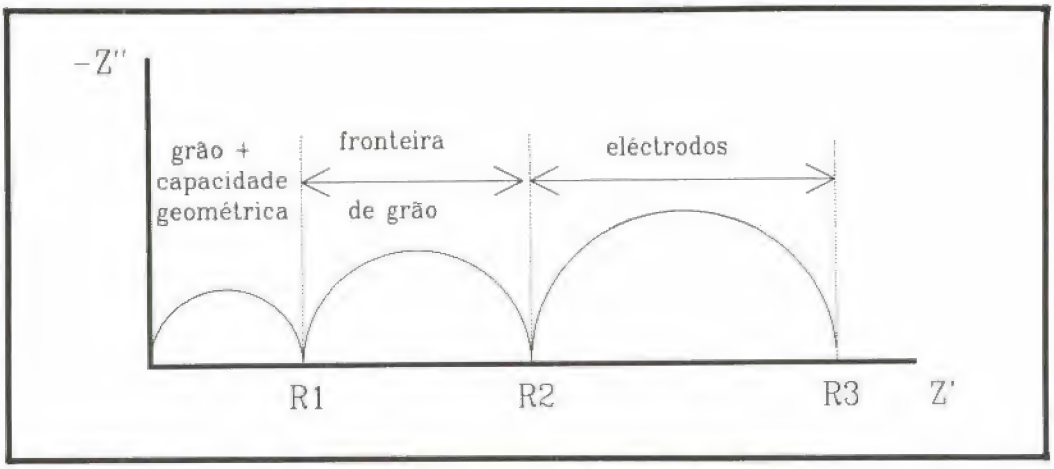


figura 5 Diagrama de impedância relativo ao circuito da figura 4.

Esta representação assenta no modelo de camadas de tijolos. Este consiste em admitir regiões homogéneas de reduzida condutividade eléctrica possuindo polarização, que separam os grãos com condutividade eléctrica mais elevada. Há, ainda, a considerar a resistência e a polarização associadas com os eléctrodos de medida depositados sobre as faces da amostra. A capacidade geométrica, C_{geo}, provém dos efeitos capacitivos resultantes dos eléctrodos e dos fios de ligação. No diagrama de impedância da figura 5, representa-se em abcissas a parte real Z' e em ordenadas o simétrico da parte imaginária Z'' da impedância complexa $Z^*=Z'+jZ''$. A cada uma das relaxações corresponde uma semicircunferência, sendo o gráfico descrito da direita para a esquerda à medida que a frequência aumenta. A intercepção mais à direita, R_1, corresponde à frequência nula, $\omega=0$ (corrente contínua), e o ponto na origem à frequência infinita ($\omega=\infty$). Das intercepções do diagrama com o eixo das abcissas se conclui ser: a resistência dos grãos, R_g, igual a R_1; a resistência das fronteiras de grão, R_{fg}, igual a R_2-R_1; e a resistência dos eléctrodos, R_{el}, igual a R_3-(R_1+R_2). Por outro lado, a relaxação associada a cada semicircunferência verifica no seu pico a relação $\omega_p RC=1$. Ter-se-á, pois, para a capacidade associada às fronteiras de grão, C_{fg},

$$C_{fg}=\frac{1}{W_{pfg}R_{fg}}. \qquad (30)$$

Acontece, porém, que a falta de uniformidade das fronteiras de grão e a existência nestas fronteiras de estados de retenção ("trap states") com diferentes energias implica que, em vez de uma semicircunferência, se obtenha um arco de circunferência cujo centro fica abaixo do eixo das abcissas conforme mostra a figura 6(a)

São estes arcos de circunferência fenomenologicamente bem interpretados pelo circuito da figura 6(b),

a que corresponde a fórmula

$$Z^*=\frac{R}{1+j^{\theta}WRC} \qquad (31)$$

sendo $n\theta$ o ângulo ao centro subentendido pelo arco de circunferência.

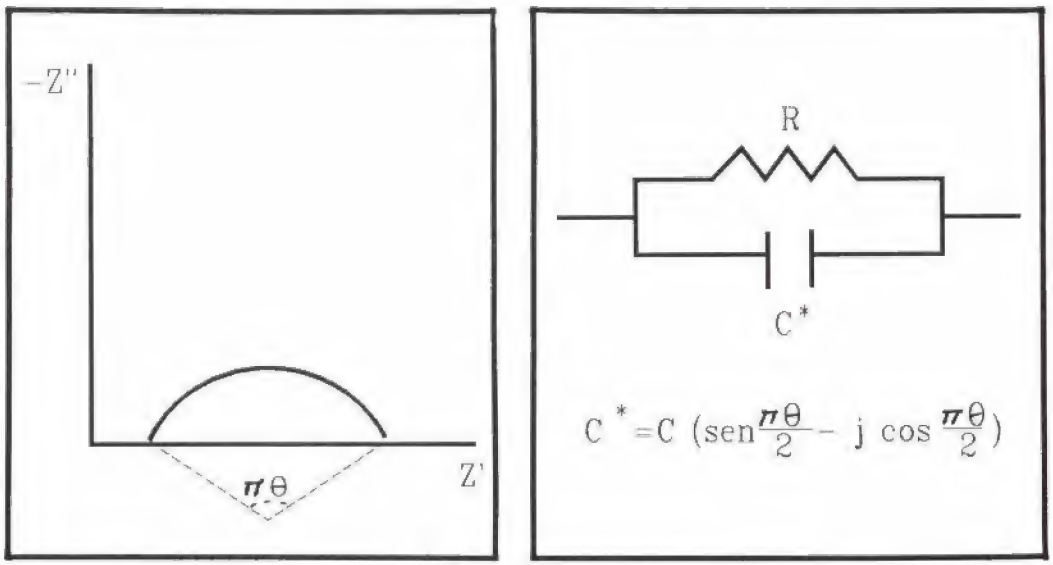


figura 6 Diagrama de impedância relativo a fronteiras de grão não uniformes e circuito correspondente.

6 Apresentação de alguns resultados

Mostram-se, nesta secção, alguns resultados que são explicados e confirmam as teorias e modelos previamente expostos. Estes resultados foram obtidos em amostras, por nós fabricadas, do sistema $Co_x Fe_{3-x} O_4$.

6.1 Diagramas de impedância

As figura 7 e 8 [19] representam dois exemplos típicos dos diagramas de impedância por nós registados. Estes diagramas são obtidos utilizando um analisador de impedância Hewlett Packard, modelo 419A, usando frequências na gama 100 Hz - 40 MHz. O diagrama da figura 7 exibe dois arcos de circunferência: o da direita, correspondente às frequências mais baixas, respeita à relaxação dieléctrica das fronteiras de grão, enquanto o da esquerda, o das frequências mais elevadas, refere-se ao paralelo da resistência de grão com a capacidade geométrica. Por as nossas medidas se iniciarem a 100Hz, o arco referente à relaxação dos eléctrodos não é observado. Por ser reduzida a resistência de grão, não é visível, no diagrama da figura 8, o arco de circunferência correspondente ao paralelo $R_g//C_{geo}$, estando apenas representado o arco de circunferência relativo a relaxação das fronteiras de grão. Das intersecções dos arcos de circunferência com o eixo das abcissas se retiram os valores das resistências. Para o diagrama da figura 7: R_g=21.9 Kohms e R_{fg}=18.6 Kohms; para o da figura 8, R_{fg}=11.4 ohms e R_g=0. Por sua vez, do pico dos arcos de circunferência se retira o valor da capacidade. Assim, do valor da frequência do pico da figura 8, $w_{p,fg}$=1.752 MHz, se calcula C_{fg}=8.0 nF.

6.2 Gráficos de Arrhenius e energias de activação

Com os valores das resistências de grão e de fronteiras de grão obtidos a diferentes temperaturas, traçam-se os gráficos de Arrhenius. Os logaritmos das resistividades de grão (figura 9) e de fronteira de grão (figura 10) são representados em função do inverso da temperatura absoluta, 1000/T. Os gráficos representados [20] respeitam a amostra do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$, com x=0.886, 0.960, 0.988, 0.995, 0.999, 1.005, 1.011, 1.021, 1.041 e 1.126. Vê-se que os pontos experimentais são bem ajustados por

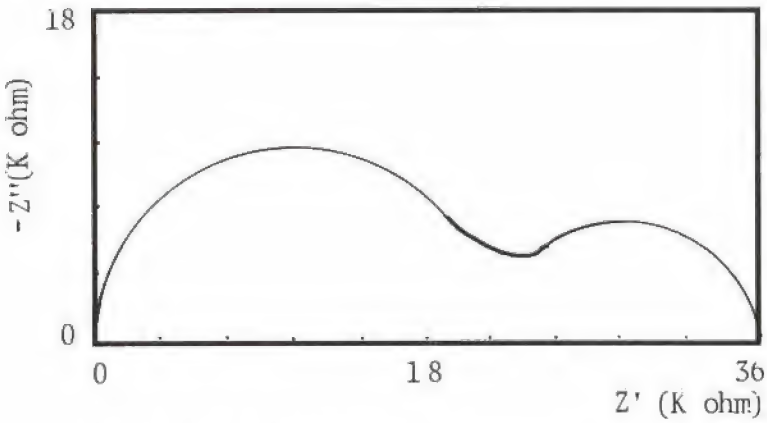


figura 7 Diagrama de impedância de uma amostra de $Co_{1.041}Fe_{1.959}O_4$ a 105°C.

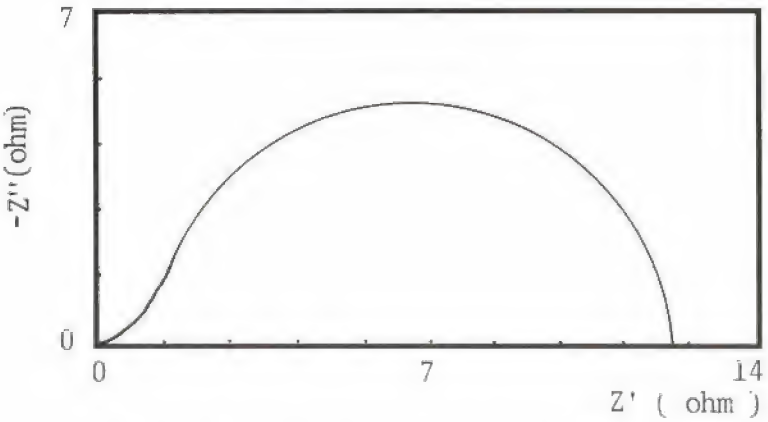


figura 8 Diagrama de impedância de uma amostra de $Co_{0.886}Fe_{2.114}O_4$ a 48°C.

rectas, o que significa poder definir-se uma só energia de activação, E_a, para os processos de transporte de cargas no intervalo de temperaturas das nossas medidas. Relativamente às mesmas amostras, a variação da energia de activação [20] para os grãos e fronteiras de grão está patente nas figuras 11 e 12.

Por outro lado, pode ainda representar-se o comportamento dieléctrico das fronteiras de grão em função da temperatura. É o que se pode observar na figura 13, onde está representada, para amostras do mesmo sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$ com diferentes valores de x, a variação da constante dieléctrica relativa observada em função do inverso da temperatura, $1000/T$.

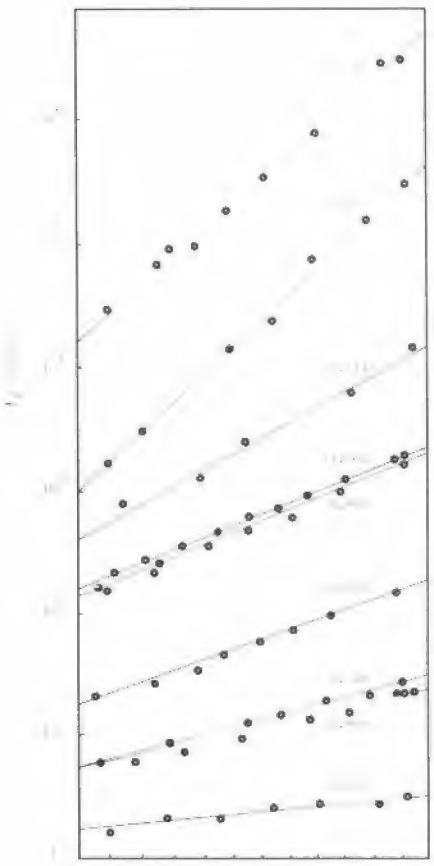


figura 9 Resistividade dos grãos em função do inverso da temperatura para diferentes valores de x do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$.

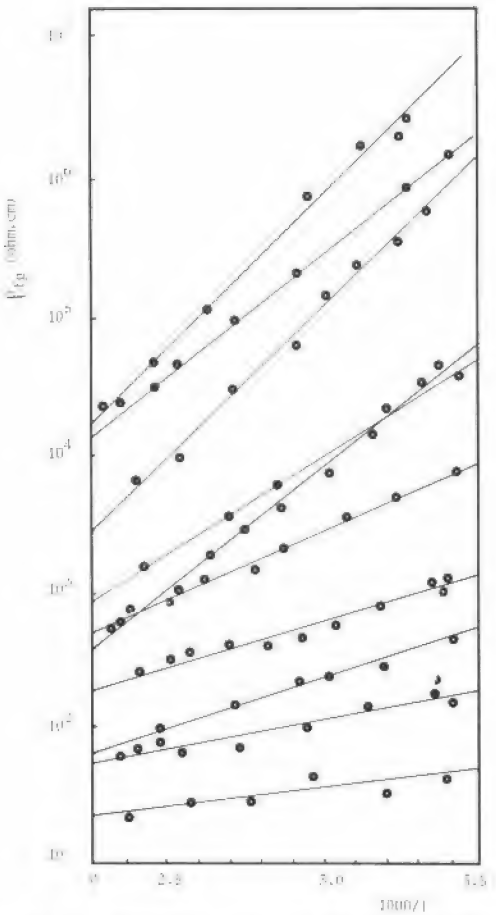


figura 10 Resistividade das fronteiras de grão em função do inverso da temperatura para diferentes valores de x do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$.

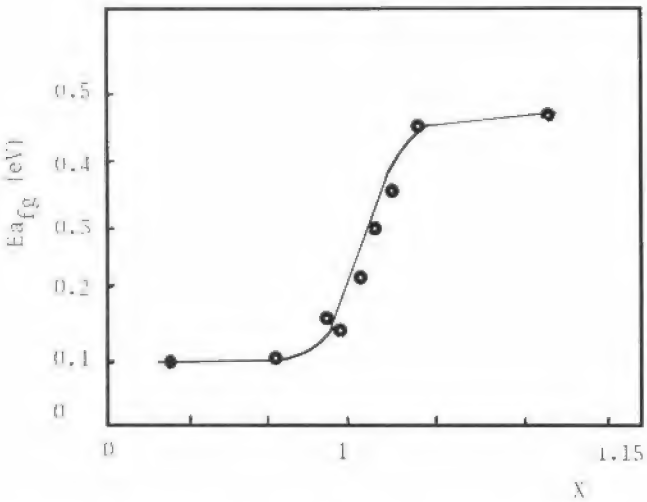


figura 11 Resistividade das fronteiras de grão em função do inverso da temperatura para diferentes valores de x do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$.

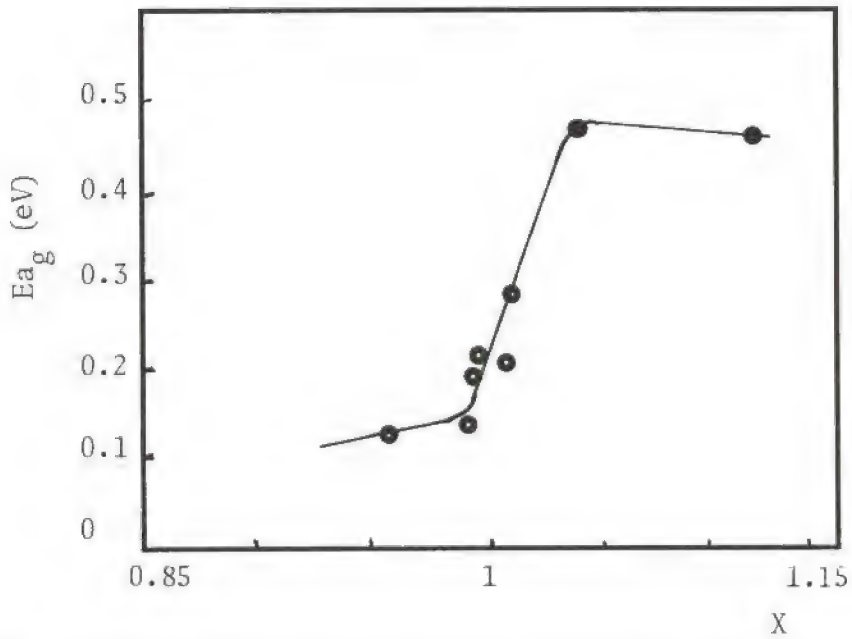


figura 12 Resistividade das fronteiras de grão em função do inverso da temperatura para diferentes valores de *x* do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$.

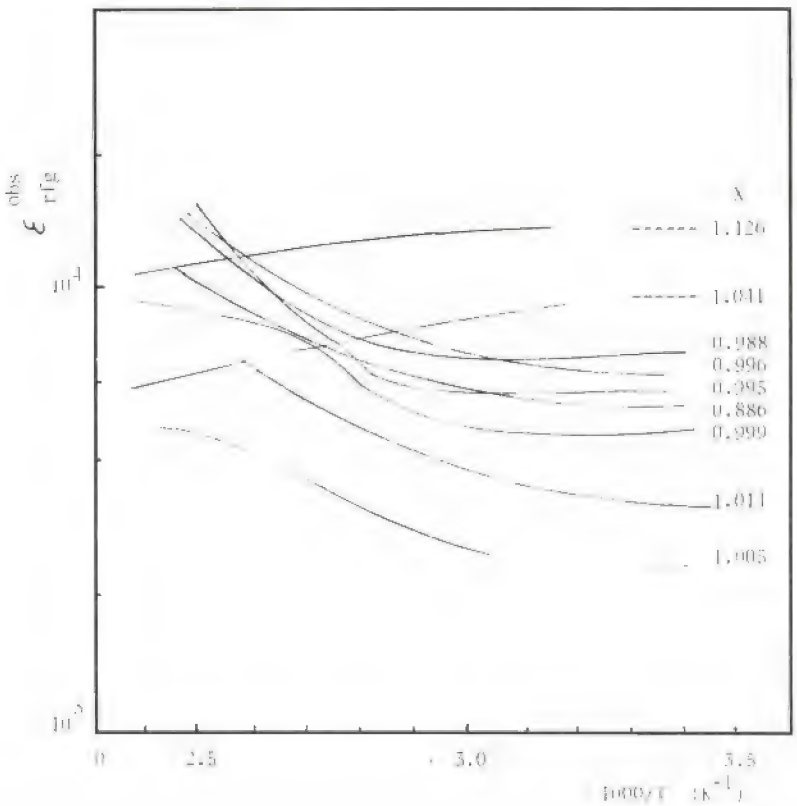


figura 13 Resistividade das fronteiras de grão em função do inverso da temperatura para diferentes valores de *x* do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$.

6.3 Resposta à polarização

Em virtude da existência de barreiras de potencial nas fronteiras de grão, é de esperar que seja não-linear a resposta das amostras à polarização eléctrica. Assim acontece de facto, conforme as figura 14 e 15 evidenciam [21]. Na figura 14, representa-se para uma amostra de $Co_{0.886}Fe_{2.114}O_4$ a característica de corrente contínua, $J=J(E)$ onde J é a densidade de corrente e E o campo eléctrico. Admitindo, como se faz no estudo dos varístores, a expressão $J=CE^{\alpha}$, ter-se-á:

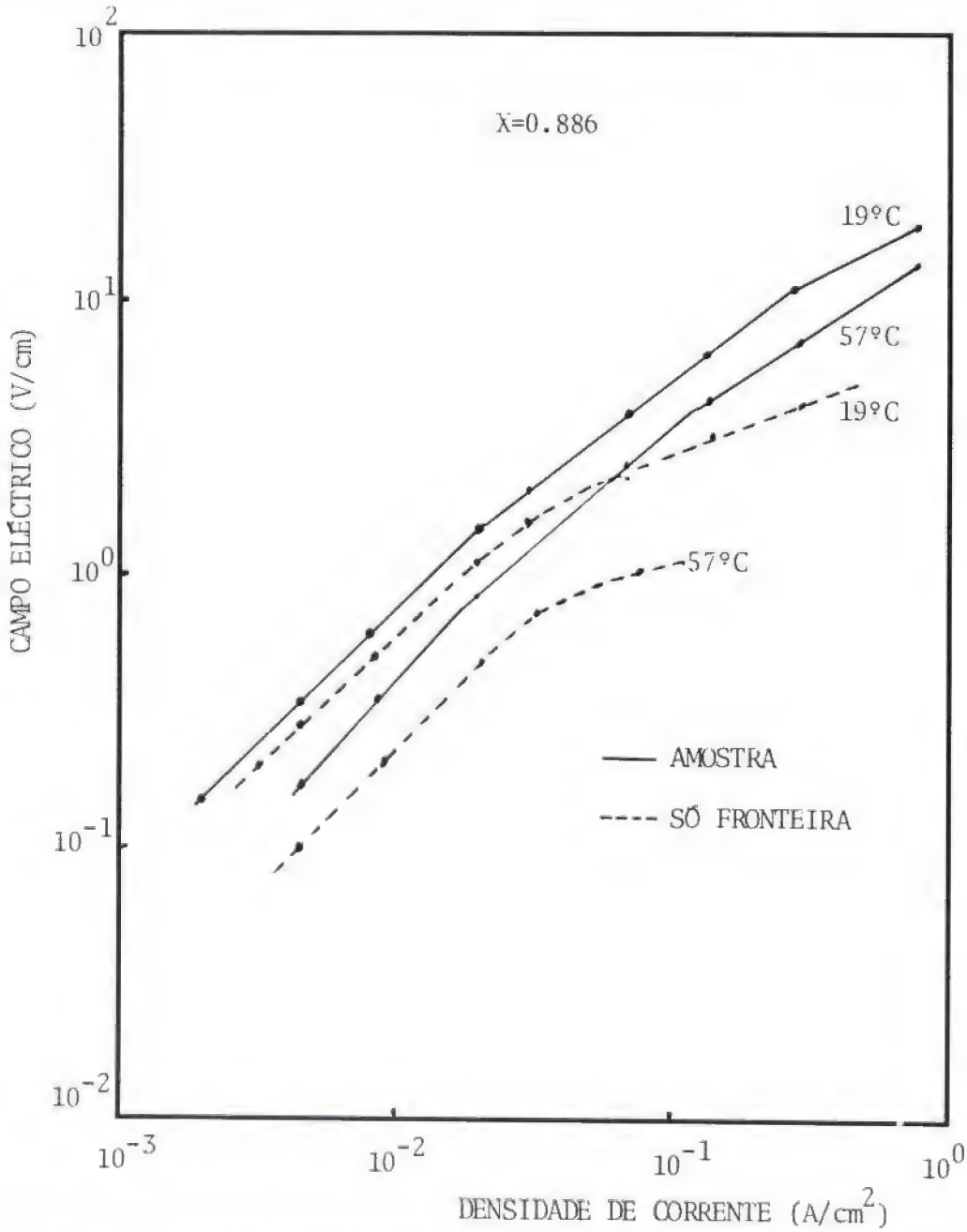


figura 14 Resistividade das fronteiras de grão em função do inverso da temperatura para diferentes valores de x do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$.

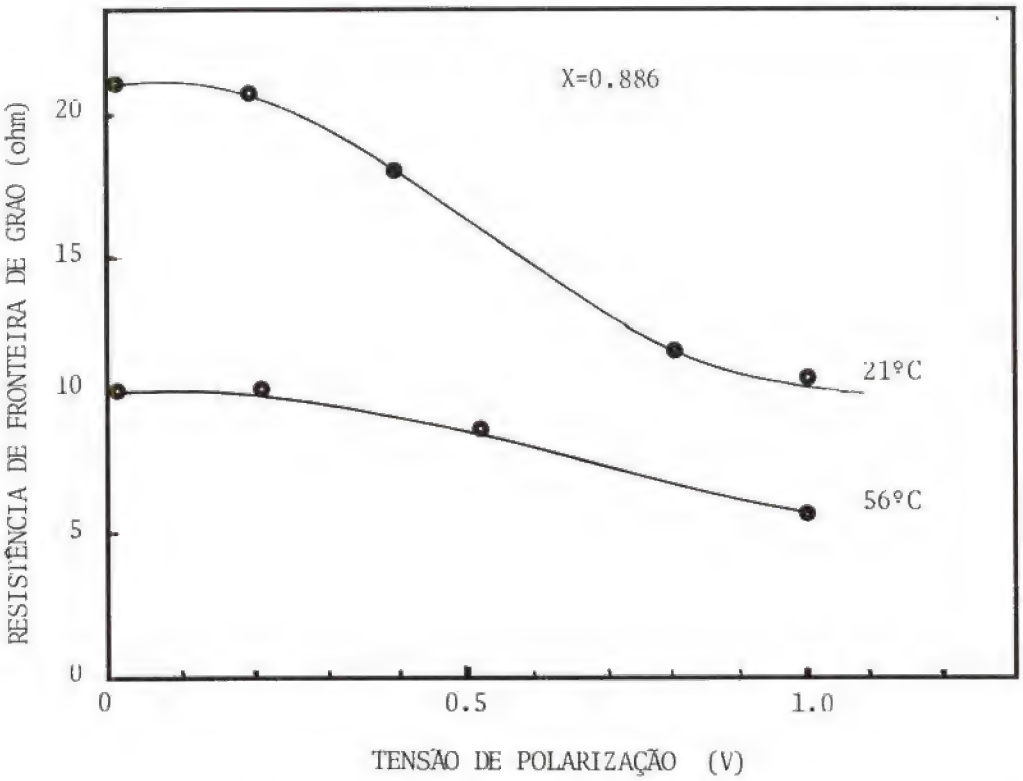


figura 15 Resistividade das fronteiras de grão em função do inverso da temperatura para diferentes valores de *x* do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$.

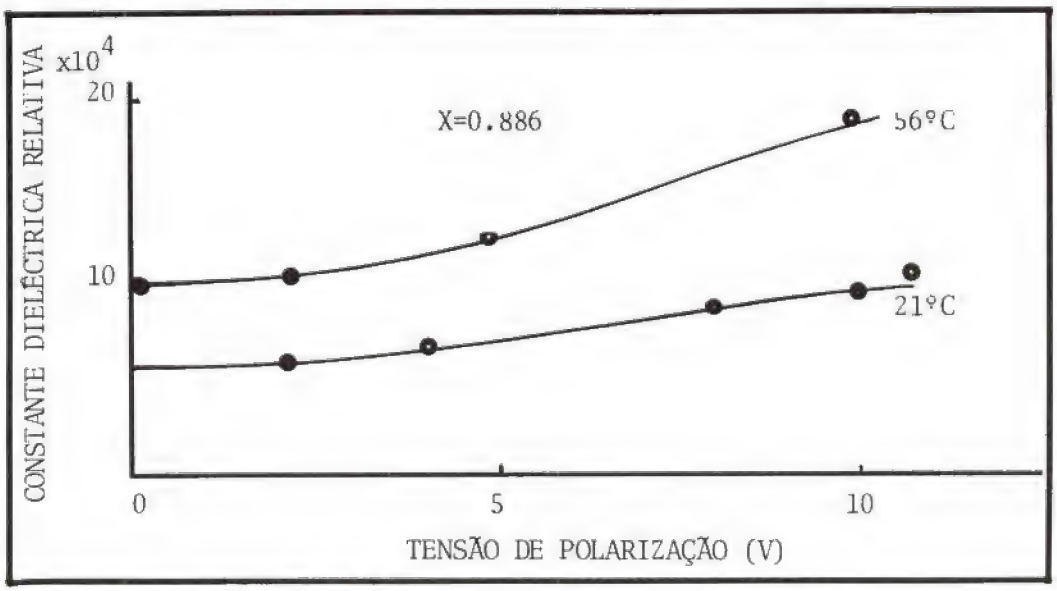


figura 16 Resistividade das fronteiras de grão em função do inverso da temperatura para diferentes valores de *x* do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$.

para a amostra total (grão + fronteira de grão)

$3\times10^{-3}<J<7\times10^{-2}$ A.cm^{-2} ... $J=4.59\times10^{-6}\times E^{1.169}$

$7\times10^{-2}<J<9\times10^{-1}$ A.cm^{-2} ... $J=4.11\times10^{-6}\times E^{1.236}$;

e para as fronteiras de grão

$3\times10^{-3}<J<7\times10^{-2}$ A.cm^{-2} ... $J=3.2\times10^{-7}\times E^{1.50}$

$7\times10^{-2}<J<9\times10^{-1}$ A.cm^{-2} ... $J=8.2\times10^{-12}\times E^{2.97}$,

sendo J expresso em A.cm^{-2} e E em V/cm.

A variação da resistência das fronteiras de grão desta amostra em função da polarização é dada na figura 15. Como a teoria prevê, vê-se que essa resistência diminui com a tensão de polarização.

Por outro lado, a constante dieléctrica relativa das fronteiras de grão aumenta com a tensão de polarização como figura 16 mostra [21].

7 Comentários finais

Os resultados experimentais apresentados adequam-se convenientemente às teorias expostas que procuram explicar a condução eléctrica numa ferrite policristalina. A compreensão dos fenómenos envolvidos permite orientar as tentativas, actualmente em curso, de realizar uma verdadeira engenharia de fronteiras de grão, procurando à custa de parâmetros de fabrico e da adição de dopantes obter características apropriadas para componentes e dispositivos electrónicos.

Referências

[1] Koops, C. G. (1950). *Physic Rev.*, **77**, 85

[2] Harrison, R. J. , Bruggeman, G. A. e Bishop, G. H. (1976). *Grain Boundary: Structure and Properties*, Ed. A. Chadwick e D. A. Smith, Academic Press, New York, pp 45-91

[3] Ballufi, R. W. , Grain (1980). *Boundary Structure and Kinetics*, Ed. R. W. Ballufi, American Society for Metals, Metals Park, Ohio

[4] Kingery, W. D. (1974). *J. Am. Ceram. Soc.*, **57**, 1

[5] (1981). *Grain Boundary Phenomena in Electronic Ceramics*, Ed. M. Levinson, American Ceramic Society

[6] Pike, G. E. , Seager, C. H. (1979). J. *Appl. Phys.*, **50**, 3414

[7] Tsuda, N. , Nasu, K. , Yanase, A. e Siratori, K. (1991). *Electronic Conduction in Oxides*, Ed. M. Cardona, Springer-Verlag, Berlin Heidelberg, pp 209-213

[8] Verwey, E. J. W. , Haaijman, P. W. , Romeyn, F. C. e van Oosterhout, G. W. (1950). *Philips Res. Rep.*, **5**, 173

[9] Gillot, B. e Jemmali, F. (1983). *Phys. Stat. Sol.*, **A76**, 601

[10] Jonker, G. H. (1959). *J. Phys. Chem. Solids*, **9**, 165

[11] Austin, I. G. e Mott, N. F. (1969). *Adv. Phys.* , **18**, 41

[12] Yang, J. J. J. , Dapkus, P. D. , Dupuis, R. D. e Yingling, R. D. (1980). *J. Appl. Phys.* , **51**, 3794

[13] Seager, C. H. e Pike, G. E. (1979). *Appl. Phys. Lett.*, **35**, 709

[14] Kingery, W. D. (1974). *J. Am. Ceram. Soc.*, **57**, 1 e ibid. 74

[15] Frenkel, J. (1946). *Kinetics Theory of Liquids*, Oxford University Press, New York

[16] Kliewer, K. L. e Koehler, J. S. (1965). *Phys. Rev.* , **A140**, 1226

[17] Taylor, W. E. , Odell, N. H. e Fan, H. Y. (1952). *Phys. Rev.*, **88**, 867

[18] Seager, C. H. e Pike, G. E. (1980). *Appl. Phys. Lett.* , **37**, 747

[19] Ferreira, A. R. , Furtado, C. S. e Perdigão, J. M. (11-14 Setembro 1991). Grain Boundary Electrical Behaviour in $Co_xFe_{3-x}O_4$, *2nd European Ceramic Society Conference*, Augsburg (Alemanha)

[20] Ferreira, A. R. , Furtado, C. S. e Perdigão, J. M. Grain-boundary and Bulk Electrical Resistivities in $Co_xFe_{3-x}O_4$, aceite para publicação no *J. Am. Ceram. Soc.*

[21] Ferreira, A. R. , Furtado, C. S. e Perdigão, J. M. (6-8 Novembro 1991). Estudos em corrente contínua sobre fronteiras de grãos de ferrites do sistema $Co_xFe_{3-x}O_4$, *Conferência da S. P. M. "Materiais 91"*, Lisboa

Sobre o Autor

Carlos Sá Furtado é Professor Catedrático do Departamento de Engenharia Electrotécnica da Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade de Coimbra.

ICTPOL INSTITUTO DE CIÊNCIA E TECNOLOGIA DE POLÍMEROS

«INSTITUTO CRIADO NO ÂMBITO DO **SUBPROGRAMA 1.2 DO PEDIP** - INFRA-ESTRUTURAS TECNOLÓGICAS»

OS MEIOS TÉCNICOS, CIENTÍFICOS E HUMANOS DE INVESTIGAÇÃO NOS INSTITUTOS, LABORATÓRIOS E UNIVERSIDADES AO SERVIÇO DE PLÁSTICOS, FIBRAS E BORRACHAS

SE TEM NECESSIDADE:

- DE SERVIÇOS DE ALTA TECNOLOGIA PARA CONTROLO DOS SEUS PRODUTOS
- DE APOIO EM ACÇÕES DE **I & D** PARA A DEFINIÇÃO DE NOVAS ÁREAS ESTRATÉGICAS DE PRODUÇÃO
- DE ACÇÕES DE FORMAÇÃO PROFISSIONAL, RECICLAGEM OU ACTUALIZAÇÃO DO PESSOAL, CIENTÍFICO E TÉCNICO DA SUA EMPRESA

CONTACTE: ICTPOL **PROF. GABRIEL FEIO**
AV. PROF. GAMA PINTO, 2 - 1699 LISBOA CODEX - TELS.: 795 07 90 - 795 42 90 - FAX: 796 56 22
PROF. A. CORREIA DIOGO (Dep. Eng.ª de Materiais do IST)
AV. ROVISCO PAIS - 1096 LISBOA CODEX - TEL.: 847 34 21 - FAX: 849 92 42
PROF. JOSÉ COVAS (Universidade do Minho)
LARGO DO PAÇO - 4719 BRAGA CODEX - TELS.: (053) 61 22 34 - FAX: (053) 61 22 56

SÃO SÓCIOS DO **ICTPOL**, ALÉM DOS INSTITUTOS, LABORATÓRIOS E UNIVERSIDADES, AS EMPRESAS E ASSOCIAÇÕES INDUSTRIAIS DO SECTOR

TÉCNICA
revista de Engenharia

Torne-se assinante da Técnica.

4 números - 1400$00

Para mais informações contacte-nos pelo telefone 351-1-8417410 ou fax 351-1-8499242
ou escreva-nos para: Técnica, revista de Engenharia, Av. Rovisco Pais nº1, P-1096 Lisboa CODEX

TÉCNICA
revista de Engenharia - 92

controlo 'fuzzy', controlo por modo de deslocamento, controlo de posição de uma máquina eléctrica de corrente contínua

fuzzy control, sliding mode control, DC servomotor position control

João M. da Costa Sousa
Secção de Sistemas, Dep. Engª Mecânica, IST, UTL

LINGUISTIC CONTROLLER APPLIED TO DC MACHINES

Resumo

A uma máquina eléctrica de corrente contínua é aplicado um controlador linguístico de forma a resolver problemas não resolúveis pelo controlo de posição por modo de deslizamento. O problema principal consiste no erro de posição existente aquando da aplicação de um binário exterior, existindo também um atraso nas respostas a referências não constantes. Observando e comparando os resultados obtidos pelo controlador "fuzzy" e pelo controlo por modo de deslizamento, pode-se concluir que o primeiro consegue ultrapassar os problemas expostos.

Abstract

A linguistic controller is applied to a DC machine in order to solve some problems that could not be overcome by use of a position sliding mode controller. The main of those problems was that, for different time inputs, a deviation from the expected response occurred when a external torque was applied. Another problem was the existence of a time delay for responses to smooth inputs. By observing and comparing the results obtained by linguistic controller and sliding mode controller one can conclude that the fuzzy approach solves the exposed problems.

1 Introduction

There are two problems which have not so far, been overcome when a sliding mode technique is applied to a position control system actuated by DC electrical motor: the system presents unsatisfactory behaviour when an external torque is applied and in-constant time delays for responses to smooth inputs. The first problem, by far the most important, can make the permanent error rise to more then 30% when the disturbance torque is half the nominal torque (which is obtained by certain position of a steel bar with 2 m long). This error value is unacceptable and neither the proposed control method nor the classic control can solve this problem. The second problem deals with the fact that completely satisfactory results for some kinds of inputs cannot be obtained, this because their corresponding time delay is always different from zero.

A fuzzy principle based control has been utilised in order to solve both the exposed problems and the inaccuracy of the classical control methods.

2 Description of the studied system (electrical direct-current machine)

Model of the direct current machine

This model is based on the circuit theory, being the goal the representation of the machine considering the following simplifying hypothesis:

- linear magnetic circuit;
- linear commutation circuit;
- circuit of the armature in quadrature with the axis of symmetry of the magnetic flow density distribution created by the electrical supply.

Thus, the electrical circuit is represented by two circuits: a circuit associated to the armature and a filiform circuit referred to the inductor (figure 1).

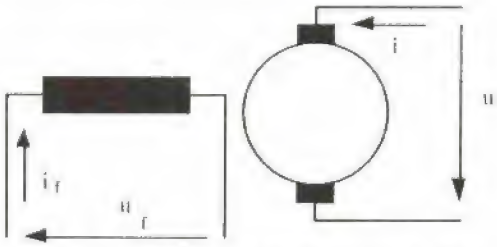


figure 1 DC machine with independent electrical supply

Consider the following variables:

θ - rotor angular position	ω - rotor angular speed
T_r - external torque	J - moment of inertia
D - friction coefficient	R_f - inductor resistance
R - armature resistance	L_f - inductor inductance
L - armature inductance	i_f - inductor current
i - armature current	K_f - inductor constant

Original submetido para publicação em 24 de Janeiro de 1992

The non-linear differential equations which represent the circuit can be written as:

$$\begin{cases} \dfrac{di_f}{dt} = -\dfrac{R_f}{L_f} i_f + \dfrac{u_f}{L_f} \\ \dfrac{di}{dt} = -\dfrac{R}{L} - \dfrac{K_f i_f \omega}{L} + \dfrac{u}{L} \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \dfrac{K_f i_f i}{J} - \dfrac{D}{J}\omega - \dfrac{T_r}{J} \\ \dfrac{d\theta}{dt} = \omega \end{cases}$$

Considering $K_f{}^* i_f = K_\phi$ a system parameter and the angular acceleration of the rotor, γ, the following equations are obtained:

$$\begin{cases} \dfrac{d\theta}{dt} = \omega \\ \dfrac{d\omega}{dt} = \gamma \\ \dfrac{d\gamma}{dt} = -\dfrac{RD + K_\phi^2}{JL}\omega - \left(\dfrac{R}{D} + \dfrac{D}{J}\right)\gamma - \dfrac{R}{JL}\dot{T}_r + \dfrac{K_\phi}{JL}u \end{cases}$$

The sliding mode controller reacts as long as there exists an error:

$$e_\theta = \theta_{ref} - \theta,$$

being the goal to decrease the error or holding it null.

Let us consider now an additional connection equation in the form:

$$S(x) = K_\theta e_\theta + K_\omega e_\omega + K_\gamma e_\gamma = 0$$

where the gain values K_θ, K_ω, K_γ must be chosen in order to obtain a well behaved controller.

This controller presents some inaccuracies, the most important of which being the lack of robustness it presents when an external torque is applied. This situation, leads to unacceptable errors.

The control action is performed by the variable S which has the following form:

$$u = \begin{cases} +U, \text{ if } S(x) > 0 \\ -U, \text{ if } S(x) < 0 \end{cases}$$

being the commutation performed by the use of GTO thyristors.

2.1 Introduction of the linguistic controller in the system

The basic idea supporting the application of the linguistic controller to the system deals with the use of an already existing hardware, superposing to it an action due to the fuzzy controller. Since all the actions of the system come from the tension's commutation, which in turn is directly commanded by *S*, an additional term has to be added to the original relational equation, K_C, deriving from the fuzzy controller

$$S = K_\theta(\theta_{ref} - \theta) - K_\omega(\omega) - K_i i + K_c$$

The main goal of this controller is to force the errors imposed by the existence of external torques T_r to become null. Secondary goals deal with the achieving of faster responses with no lags and no overshoot when the input is a step (objectives that cannot be both obtained by the classic control).

3 Description of the controller utilised in the system

The fuzzy controller has e_θ (the position error) as input, and its output or actuation the previously referred K_C. The choice of the universe of discourse (UD) for the error depends basically on the type of input one wants to associate, being larger when the input is in the step form, and smaller when the system is in presence of smooth inputs with no sharp variations. The output has a UD that was chosen to be wide enough, so that possible actuations are not limited.

3.1 Description of the first controller used

We begin with the study of the problem using a SISO control, which is translated by the following rules:

```
If e_θ is negative, then increase S.
If e_θ is zero, then does not act S.
If e_θ is positive, then decrease S.
```

In this rules the curves of "negative", "zero", "positive", "increase", "does not act", and "decrease" are sinusoidal signals, which have the following expressions:

```
negative    medsin (-0.2, 0.2, 0.2, 0.6, x)
zero        medsin (0.25, 0.45, 0.55, 0.75, x)
positive    medsin (0.4, 0.8, 0.8, 1.2, x)

increase    linsin (0.1, 0.8, x)
maintain    medsin (0.0, 0.4, 0.6, 1.0, x)
decrease    linsin (0.2, 0.9, x)
```

as can be seen below:

Let P_i (i=1, ..., n; where n stands for the number of inputs) be the fuzzy input propositions and Q_j (j=1, ..., m; where m stands for the number of outputs) be the fuzzy output propositions. The input/output relation for each rule k can be found by:

$$R_k = P_k * Q_k = a^T \cdot b$$

where ***a*** and ***b*** are the computational vectors resulting from the discretization of the input and output UDs respectively, $\mathbf{a}^T$ is the transpose of **a** and . is the conventional dot product.

These UDs were discretized using a considerably high number of equally spaced intervals (100). The reason for the use of equally spaced intervals is to gain insight on how the controller acts, in a detailed form and over all its range.

Once the partial relations have been obtained, the total relation R_T, was achieved by means of the fuzzy classic reunion:

$$\bigcup(R_1, \cdots, R_N) = \mathrm{MAX}(r_1, \cdots, r_N) \text{ with } r_1 \in R_1, \cdots, r_N \in R_N$$

being N the number of rules.

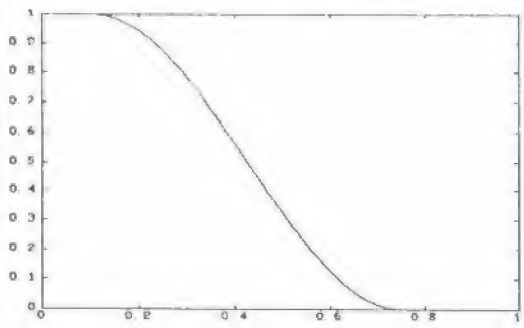
Linguistic Controller Applied to DC Machines

The fuzzy output of the linguistic control is obtained with this relation. This output must be "defuzzified", i.e., it must be converted into real actuation. The process adopted to reach this goal was the indexed centre of gravity where a parameter α varying in the interval [0,1] was chosen, and the real output y_0 is given by:

$$y_0 = \frac{\int_{y(\alpha)} yY(y)dy}{\int_{y(\alpha)} Y(y)dy}$$

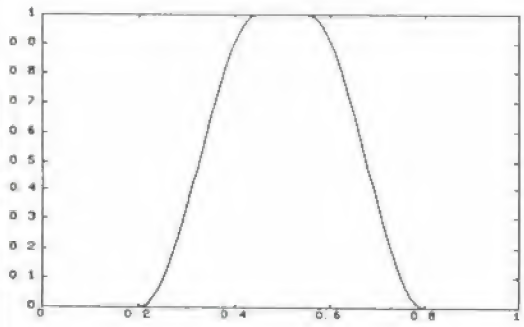
The numerical value for the chosen α-level equals 0.001 in order to filter some possible existing low level noises and that does not interfere in the controller. The exclusion of these values in the calculus of y_0, leads to a considerably amount of saved computation.

The calculus of the areas previously referred to, was computationally performed firstly by means of the rule of the rectangles, and secondly by the rule of the trapeziums, in



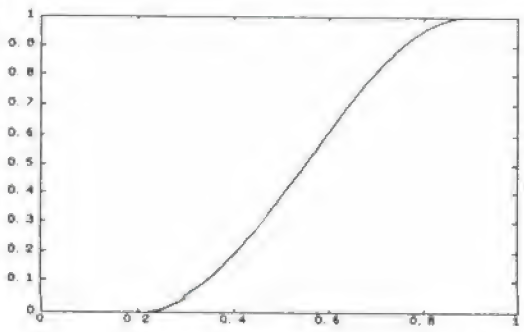
$$\text{inicsin}(x)=\begin{cases} 1, & 0\le x\le a \\ \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{b-a}\left(x-\frac{a+b}{2}\right), & a\le x\le b \\ 0, & b\le x \end{cases}$$

e



$$\text{medsin}(x)=\begin{cases} 0, & 0\le x\le a \\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{b-a}\left(x+\frac{a+b}{2}\right), & a\le x\le b \\ 1, & b\le x\le c \\ \frac{1}{2}-\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{d-c}\left(x-\frac{c+d}{2}\right), & c\le x\le d \\ 0, & d\le x \end{cases}$$

e



$$\text{finsin}(x)=\begin{cases} 0, & 0\le x\le a \\ \frac{1}{2}+\frac{1}{2}\sin\frac{\pi}{b-a}\left(x-\frac{a+b}{2}\right), & a\le x\le b \\ 1, & b\le x \end{cases}$$

e

e stands for the normalized input UD

order to obtain a value for the actuation by an integration process which was the fastest in a computational way.

For a high number of points the results of these two rules were identical; the error resulting from the difference between the real value of the integral and the values obtained by any of the two methods proposed was negligible. Thus these two rules can be used in detriment of other methods with heavier calculus.

The obtained results were satisfactory; in the response to the step input a decrease of the disturbance effect was obtained. Nevertheless a slight overshoot was also obtained.

In order to improve the results, more rules were introduced. In this second approach all the steps previously described have remained the same, being the new rules the following:

1. If e_θ is positive, then decrease very very much S.
2. If e_θ is small positive, then increase very much S.
3. If e_θ is very positive, then decrease S.
4. If e_θ is zero, then does not act S.
5. If e_θ is zero negative, then increase S.
6. If e_θ is small negative, then decrease very much S.
7. If e_θ is negative, then increase very very much S.

On elaborating these rules one is concerned with removing the overshoot, modifying the actuation value from what was expected as it can be observed in the 2nd and 6th rule. However an highly undesirable permanent error was obtained when these results were reached.

In this controller it is clear that for the same error e_θ, some different types of actuations may be necessary. For instance: for a small error with a fast approach to the equilibrium point, the actuation must decrease in order to avoid overshoot; for the same error obtained by a slight deviation from the equilibrium point, the actuation increases so that the initial position can be restablished. This example justifies the need for the introduction of a new variable and the setting up of new rules to different situations for the same error.

The new variable called "error variation" is given by:

$$\Delta e_\theta = e_\theta - e_{\theta\, anterior}$$

The new controller require new linguistic terms and rules that are the following:

1. If e_θ is large positive for any Δe_θ then decrease very very much S.
2. If e_θ is small positive and Δe_θ is large positive then decrease very very much S.
3. If e_θ is small positive and Δe_θ is positive then decrease very very much S.
4. If e_θ is small positive and Δe_θ is zero then decrease S.
5. If e_θ is small positive and Δe_θ is negative then increase very much S.
6. If e_θ is small positive and Δe_θ is large negative then increase very very much S.
7. If e_θ is zero positive and Δe_θ is large positive then decrease very very much S.
8. If e_θ is zero positive and Δe_θ is positive then decrease very very much S.
9. If e_θ is zero positive and Δe_θ is zero then does not act S.
10. If e_θ is zero positive and Δe_θ is negative then does not act S.
11. If e_θ is zero positive and Δe_θ is large negative then does not act S.
12. If e_θ is zero and Δe_θ is large positive then does not act S.
13. If e_θ is zero and Δe_θ is positive then does not act S.
14. If e_θ is zero and Δe_θ is zero then does not act S.

15. If e_θ is zero and Δe_θ is negative then does not act S.
16. If e_θ is zero and Δe_θ is large negative then does not act S.
17. If e_θ is zero negative and Δe_θ is large positive then does not act S.
18. If e_θ is zero negative and Δe_θ is positive then does not act S.
19. If e_θ is zero negative and Δe_θ is zero then does not act S.
20. If e_θ is zero negative and Δe_θ is negative then increase very very much S.
21. If e_θ is zero negative and Δe_θ is large negative then increase very very much S.
22. If e_θ is small negative and Δe_θ is large positive then decrease very very much S.
23. If e_θ is small negative and Δe_θ is positive then decrease very much S.
24. If e_θ is small negative and Δe_θ is zero then increase S.
25. If e_θ is small negative and Δe_θ is negative then increase very very much S.
26. If e_θ is small negative and Δe_θ is large negative then increase very very much S.
27. If e_θ is negative and for any Δe_θ increase very very much S.

The introduction of the error variation Δe_θ implies that the construction of each rule $\boldsymbol{R_k}$ needs to be modified.

Thus, being $\boldsymbol{R_k} = \boldsymbol{a}^T.\boldsymbol{b}$, $\boldsymbol{a}$ is now given by:

$$a = \min(e_\theta, \Delta e_\theta)$$

All the other steps of the controller are preserved.

The input/output relation is depicted in figure 2 where the smoothness of the controller near the equilibrium point is emphasised.

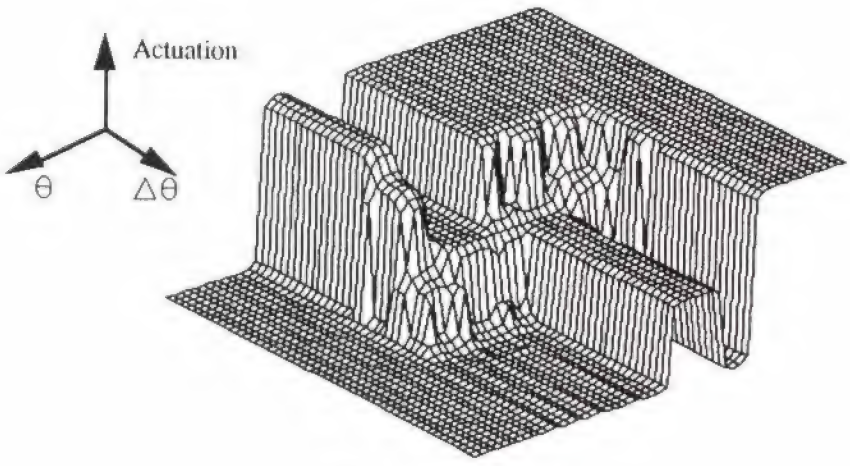


figure 2 Input/Output relation

Three typical inputs were used to test the temporal behaviour of the system to different situations:

a) step,
b) "smooth step"; a step between two points that has a smooth sinusoidal transition from one point to the other,
c) sinusoidal input.

Figs. 3 to 5 show the obtained responses for the several entries with and without linguistic controller. The system was subjected to an external torque T_r whose value is equal to half of the nominal torque, acting when t=3s.

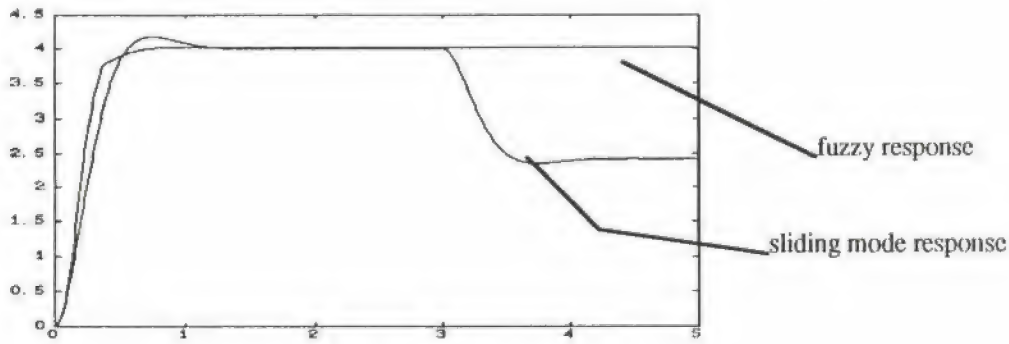


figure 3 Response to the step with and without fuzzy controller

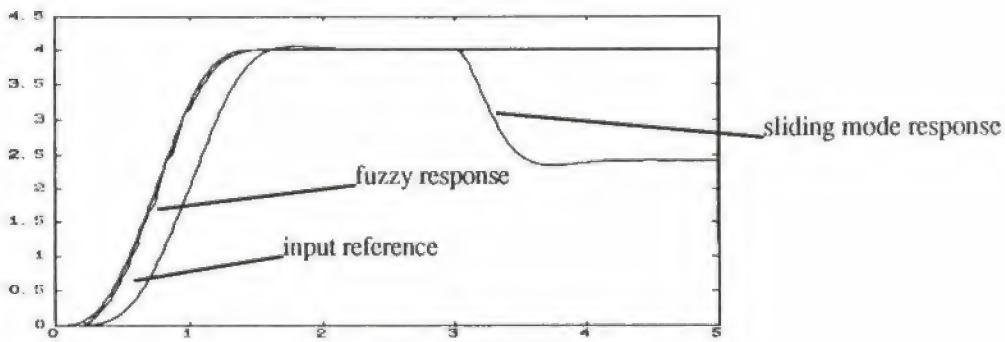


figure 4 Response to smooth step with and without fuzzy controller

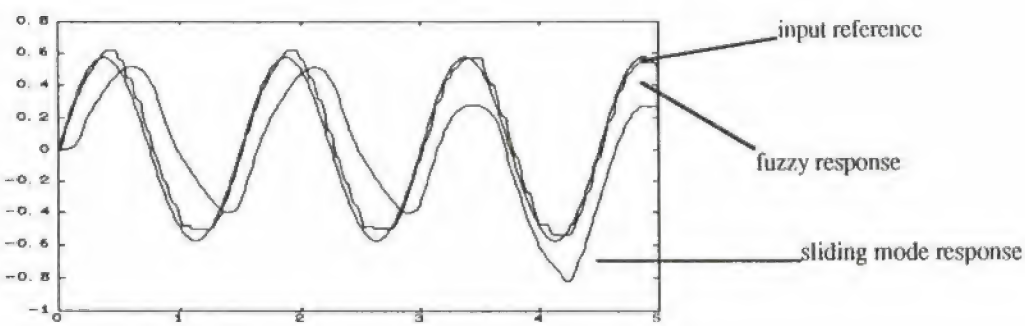


figure 5 Response to the sinusoid with and without fuzzy controller

4 Comments to the obtained results

From the preceding figures it can be seen that the system with the linguistic controller previously designed improves its performances in different ways.

The response to the step obtained by the fuzzy controller compared to the sliding mode is much faster, with no overshoot, stabilises in the requested point and, above all, is practically independent from the external torque T_r. The angular speed reacts to this torque with a small fluctuation.

The response to the smooth step (input b) denotes immediately a good improvement; the sliding mode controlled system follows the input with a time delay that vanishes when the fuzzy controller actuates. On the other hand, similarly to the step input response, the system is insensible to the external torque T_r when controlled by the linguistic controller, holding the same features that have already been observed in the response to the step.

When the input is a sinusoid, the sliding mode controlled system presents, once more, a time delay and a permanent error when the disturbance actuates at 3 seconds. The linguistic controller corrects the delay and does not turn out from the equilibrium point. However there exists a small fluctuation in all response.

5 Conclusions

Observing the obtained results, and comparing them with those previously presented, it can be concluded that the proposed goals have been reached, and the linguistic controller has reached the desired performances. Thus, this controller is not sensible to torque disturbance, nullifies their effects, and eliminates the time delay that exists in several responses.

Although the design of this linguistic controller has been circumscribed to a particular machine, possible generalisation to other electrical machines have always framed the entire work. This can be done by means of a self-learning fuzzy system, so that it can be applied to any other electrical machine.

References

[1] Dubois, D. and Prade, H. (1980). *Fuzzy Sets and Systems: Theory and Applications*, Academic Press.

[2] Gupta, M. and Sanchez, E. (1982). *Fuzzy Information and Decision Processes*, North-Holland.

[3] Holmblad, L. and Ostergaard, J. (1982). Control of a Cement Kiln by Fuzzy Logic, *Fuzzy Information and Decision Processes*, North-Holland.

[4] Kaufmann, A. (1977). *Introduction to Fuzzy Subsets Theory*, Masson, **I** to **IV**.

[5] Klir, G. and Folger, T. (1988). *Fuzzy Sets, Uncertainty and Information*, Prentice-Hall International Editions.

[6] Maia, J. H. Q. . *Controlo por Modo Deslizamento da Posição de uma Máquina de Corrente Contínua*, Masters of Science Thesis.

[7] Medina Martins, P. R. and Sousa, J. M. C. (1991). Linguistic Controllers: an introductory guide to theory, practice, and research, *Técnica*, September.

[8] Pedrycz, W. (1989). *Fuzzy Control and Fuzzy Systems*, John Willey & Sons Inc.

[9] Zadeh, L. (1965). *Fuzzy Sets*, Information and Control.

[10] Zadeh, L. (1982). Fuzzy Systems Theory: a framework for the analysis of humanistic systems, *Systems Methology in Social Science Research*.

[11] Zimmerman, H. (1985). *Fuzzy Sets Theory and its Applications*, Kluwer-Nijhoff.

Sobre o Autor

João M. da Costa Sousa é Assistente do Departamento de Engenharia Mecânica, Secção de Sistemas, Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.

TÉCNICA
revista de Engenharia

Aqui poderia estar um anúncio seu.

Para mais informações contacte-nos pelos telefones 351-1-3559294/5 ou fax 351-1-3536682
ou escreva-nos para: DOSSIER, comunicação e imagem, Lda., r. dos Açores nº84 - 1º Esq. P-1000 Lisboa

SOKKIA

UM NOVO NOME EM TOPOGRAFIA

A MESMA QUALIDADE

SOKKISHA

UM ÁS NO SEU TRABALHO

- NÍVEIS
- TEODOLITOS
- DISTANCIÓMETROS
- ESTAÇÕES TOTAIS
- SOFTWARE PRÓPRIO PARA PASSAGEM AUTOMÁTICA AO PLOTTER
- A MAIS COMPLETA CADERNETA ELECTRÓNICA DO MERCADO

Representante em Portugal

TOPOMÉTRICA

INSTRUMENTOS PARA TOPOGRAFIA E DESENHO, LDA.

RUA S. SEBASTIÃO DA PEDREIRA, 100-A
TELS.: 353 37 23 - 353 37 43 — 1000 LISBOA

saca-rolhas, rolhas de cortiça
corkscrew, corkstoppers

M. Amaral Fortes
Departamento de Engª de Materiais, IST, UTL

A GEOMETRIA E A MECÂNICA DO SACA-ROLHAS

Resumo

Apresenta-se um estudo detalhado sobre a mecânica do saca-rolhas (SR), incluindo as operações de introdução do SR numa rolha, a extracção desta e a posterior remoção do SR. Descreve-se matematicamente a geometria do SR, com referência aos vários tipos existentes. Aborda-se o problema do 'design' ou dimensionamento do SR, de modo a que a operação de extracção seja perfeita e fácil, e que as tensões mecânicas no SR não conduzam a deformação plástica ou fractura deste.

Abstract

This paper presents a detailed study of the mechanics of the corkscrew (CS), covering the introduction of the CS in the cork stopper, the extraction of the stopper and the removal of the CS. A mathematical description of the geometry of CS's is given, with reference to the various types in use. The design of a CS is discussed, which takes into account both the performance in the extraction of a stopper and the stresses that develop in the CS in service.

1 Introdução

O saca-rolhas (SR) surgiu por volta de 1700, precedendo a utilização generalizada de rolhas cilíndricas, cuja extracção não pode ser feita à mão, e necessita, por isso, de um dispositivo especial. Antes do SR, as rolhas eram cónicas, para possibilitar a sua extracção [1].

O SR deve ter sido inspirado num instrumento semelhante, utilizado para extrair a estopa das armas de carregar pela boca. Talvez por isso, não há uma data para a invenção do SR nem um inventor, embora o nome de Don Pérignon seja lendariamente referido. Há notícia de uma patente de SR feita em 1795 pelo inglês Sammuel Henshall. É a partir desta altura que o seu uso se generaliza.

Desde a sua invenção, o SR tem sofrido um bom número de modificações e ainda existem no mercado variadíssimos tipos com diferentes geometrias e dimensões e com diferenças no modo de extrair a rolha após introdução do SR. Muitos deles incluíam e incluem diversos acessórios (por exemplo: escovas, abre-latas, etc.) e como não podia deixar de ser, são objectos coleccionáveis, havendo notáveis colecções sobretudo em Inglaterra [2].

Existe um outro tipo de dispositivo, muito mais recente, que se usa para extrair rolhas; tem um princípio de funcionamento totalmente diferente: a rolha é atravessada por uma agulha que permite introduzir ar dentro da garrafa até que a pressão interna seja suficiente para expulsar a rolha. Este instrumento não se vulgarizou, porém, e o SR continua a ser o meio mais usado de extracção de rolhas de garrafas[1].

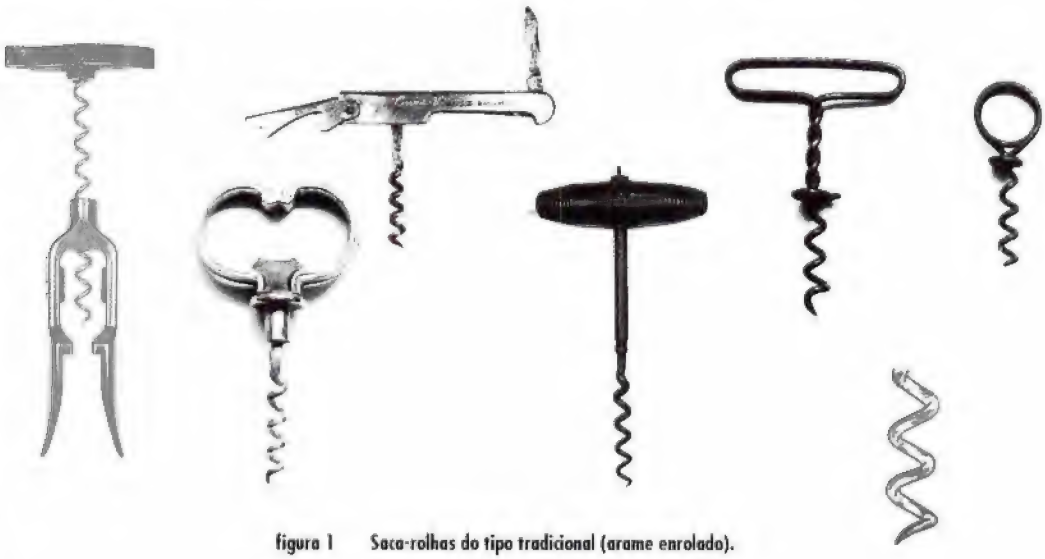


figura 1 Saca-rolhas do tipo tradicional (arame enrolado).

Original submetido para publicação em 10 de Maio de 1992

1 Há ainda os chamados SR de lâminas, em que a extracção é feita por duas lâminas introduzidas entre a rolha e o gargalo. Também são raros.

2 Em regra, a hélice é direita, isto é, desenvolve-se no sentido dos ponteiros do relógio, quando se avança para a extremidade aguçada.

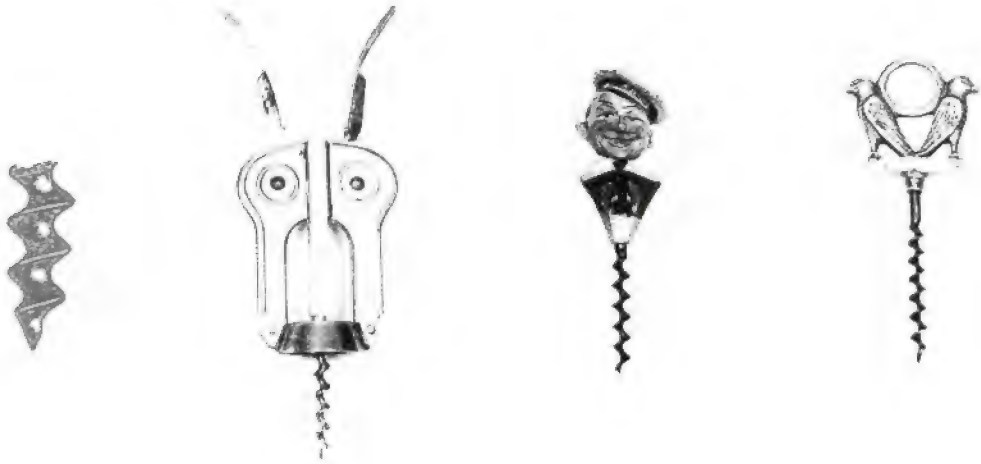


figura 2 Saca-rolhas maciços.

figura 3 Saca-rolhas com núcleo cônico.

O SR é, como se sabe, formado por uma hélice metálica[2] com a ponta aguçada, ligada em T a uma haste que permite a aplicação do binário necessário à sua introdução na rolha, ao mesmo tempo que permite a posterior extracção da rolha, por aplicação de uma força axial. Esta descrição adapta-se bem aos SR mais antigos (figura.1) e a muitos que ainda hoje são utilizados. Neste SR tradicionais, a parte central do SR, junto ao eixo, é oca. Mas há SR mais recentes em que a hélice é maciça (figura 2). muitos dos SR actualmente em uso são ainda de um outro tipo, com um núcleo central

levemente cónico (figura 3) em torno do qual está enrolada a hélice. A extremidade do SR é aguçada, como num prego. Enquanto os SR tradicionais são feitos pura e simplesmente enrolando um arame em hélice (a quente), os SR maciços e os SR com núcleo são obtidos por enformação (forjagem) a partir de um varão ou por fundição injectada. Os SR são em geral de aço , mas os que são obtidos por fundição injectada são normalmente de uma liga de zinco (designada por ZAMAC).

As sucessivas operações que se efectuam na utilização do SR são as seguintes:

1. Introdução do SR na rolha, aplicando um binário e uma força axial para empurrar o SR.
2. Extracção da rolha, aplicando ao SR uma força axial, isto é, ao longo do eixo do SR.
3. Remoção do SR do interior da rolha, aplicando um binário e uma força axial de sentido contrário ao da introdução.

O SR tem de ser capaz de extrair a rolha sem a danificar ao ponto de ela não poder ser usada de novo na mesma garrafa, isto é, a rolha não deve partir-se nem o "buraco" deixado pelo SR deve permitir a fuga de líquido do interior da garrafa.

Quando o SR vai até ao fim da rolha, pode haver expulsão de um pedaço de cortiça para o interior da garrafa. Para evitar isso, há SR que são concebidos de modo a não poderem penetrar mais do que uma certa profundidade, inferior à altura da maior parte das rolhas, que é entre 35 e 45 mm. A operação de introdução do SR deve ser o mais simples possível, quer no que respeita à força a aplicar, quer no tempo que demora a operação (relacionado com o número de voltas a dar para que o SR penetre até à profundidade requerida). Também a operação de extracção da rolha e de remoção do SR devem satisfazer requisitos semelhantes. Finalmente, o SR deve ter robustez mecânica suficiente para que não se deforme ou parta quer durante a extracção quer durante o seu manuseamento e armazenamento.

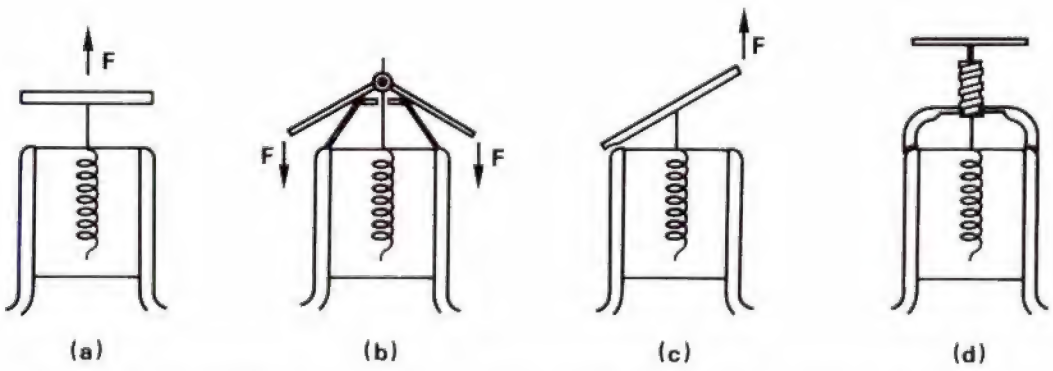


figura 4 Diversas formas de aplicar a força axial necessária à extracção da rolha: a) força aplicada na haste em T; b) haste em T articulada, com cremalheiras laterais; c) haste inclinável para apoiar no bordo da garrafa; d) sem-fim.

A força axial para extrair a rolha pode ser aplicada de diversas formas, esquematizadas na figura 4: puxando o SR pela haste[3] em T (figura 4a); dobrando a haste que funciona como alavanca com apoio no bordo da garrafa (figura 4c); mediante um sem-fim através do qual a força axial é aplicada rodando a haste do SR em sentido contrário (figura 4d).

A Geometria e a Mecânica do Saca-Rolhas

O objectivo deste artigo é o de descrever a mecânica da introdução/remoção do SR e da extracção da rolha, identificando as variáveis que afectam essas operações e, a partir daí, abordar a questão do dimensionamento óptimo de um SR. Como se mostrará, há um número apreciável de variáveis em jogo, o que se faz com que não haja um SR ideal, como aliás se depreende da enorme variedade existente.

fraep
Fábrica de Aparelhagem de Precisão
e Electrónica de Potência, SA

Qta. dos Medronheiros - Lazarim
2825 - MONTE DA CAPARICA

PHONE: 2958983 FAX: 2951613

CONVERSÃO CORRENTE ALTERNADA - CORRENTE CONTÍNUA

- Tensões de saída normalizadas : 12V, 24V, 48V, 110V e 220V CC
- Conversores de comutação em alta frequência
  Monofásicos 'off-line' : correntes de saída de 5A a 40A (50V CC)
  Trifásicos 'off-line' : correntes de saída de 75A a 400A (50V CC)
- Rectificadores controlados (trifásicos e dodecafásicos)
  Trifásicos : correntes de 100A a 1000A (50V CC)
- Por encomenda, rectificadores controlados e não controlados, de qualquer potência, para todas as aplicações, com alimentação em BT e MT.

ALIMENTAÇÃO DE CORRENTE ALTERNADA SEM INTERRUPÇÃO (UPS)

Projectos em fase de conclusão :
UPS estáticas de 3KW a 60KW
UPS dinâmicas de 30KVA a 120KVA

NÓS ACREDITAMOS QUE O DESENVOLVIMENTO TECNOLÓGICO ESTÁ NA BASE DE MELHORES PRODUTOS E DE MAIS QUALIDADE

2. Geometria do saca-rolhas

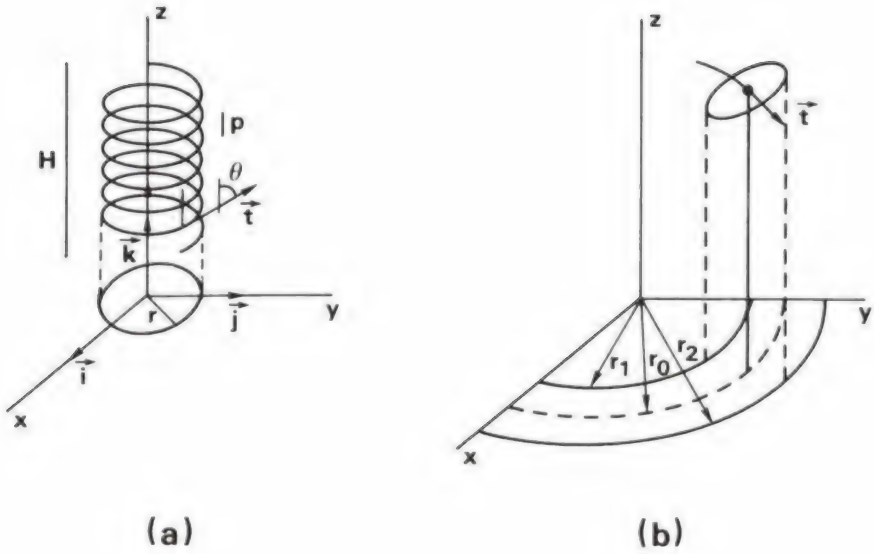


figura 5 a) Hélice de passo p e raio r; b) Um SR tradicional tem uma secção recta (normal à hélice-base, de raio r_0) aproximadamente circular. Os valores extremos de r são r_1 e r_2.

A hélice metálica que constitui o SR pode ser descrita imaginando uma linha helicoidal (a que chamaremos a hélice-base) ao longo da qual se desloca uma figura plana que gera a forma do SR. A hélice base é caracterizada pelo passo p e pelo raio r_0, que é a distância constante dos pontos da linha ao eixo da hélice (figura 5). Dada a simetria helicoidal do SR, é possível definir pontos equivalentes situados sobre as hélices (todas de passo p) de raios r entre um mínimo (r_1) e um máximo (r_2). Nos SR maciços e nos de núcleo cónico é r_1=0. Em coordenadas cartesianas, com z coincidente com o eixo do SR, estas hélices têm a seguinte equação paramétrica (t é o parâmetro):

$$\begin{aligned} x &= r\cos t \\ y &= r\,\mathrm{sen}\, t \\ z &= z_0(r) + \frac{p}{2\pi}t \end{aligned} \qquad (1)$$

em que o $z_0(r)$ é, para cada hélice-r, o valor de z do ponto de intersecção com o plano y=0 (isto é, as várias hélices estão desfasadas). O intervalo de z_0 é, quando muito, igual a p. A hélice-base tem $r=r_0$ e z_0=0. O SR pode pois ser descrito como um feixe de hélices todas de passo p, sendo cada uma definida por um par (z_0, r). Os pontos (z_0, r) correspondentes aos vários pares são delimitados por uma curva $z_0(r)$, como na figura 6, em cima. Vejamos como se pode obter esta função $z_0(r)$. A secção axial do SR por um plano contendo o eixo z, por exemplo, o plano y=0, é uma figura periódica de período p, delimitada por uma curva de equação $z(x)$ que coincide com $z_0(r)$. De facto, tomando t=0 (porque y=0) obtém-se $x=r$, $z=z_0$. O aspecto da secção axial está representado na segunda fila da figura 6. Os vários tipos de SR podem ser classificados pelas particularidades desta secção. Nos SR tradicionais (figura 6a), a secção (correspondente a um período) é aproximadamente uma elipse que não toca o eixo z e com uma dimensão paralela a z inferior a p. Nos SR maciços, a secção é aproximadamente semicircular, como na figura 6b, havendo pontos com r=0, o que origina a presença de matéria no eixo, ao contrário dos SR tradicionais. Finalmente, no caso dos SR de núcleo, a secção tem uma forma indicada na figura 6c, com um segmento paralelo ao eixo z, que "gera" o núcleo (claro que nesta descrição o núcleo seria cilíndrico e não cónico). Outras formas da secção originam objectos semelhantes, mas que não são utilizados como SR. Na figura 6 (penúltima fila) estão também representadas as secções transversais dos vários SR. Estas calculam-se facilmente a partir de (1) fazendo z=0.

TÉCNICA
revista de Engenharia
Torne-se assinante da Técnica.
4 números - 1400$00
Para mais informações contacte-nos pelo telefone 351-1-8417410 ou fax 351-1-8499242
ou escreva-nos para: Técnica, revista de Engenharia, Av. Rovisco Pais nº1, P-1096 Lisboa CODEX

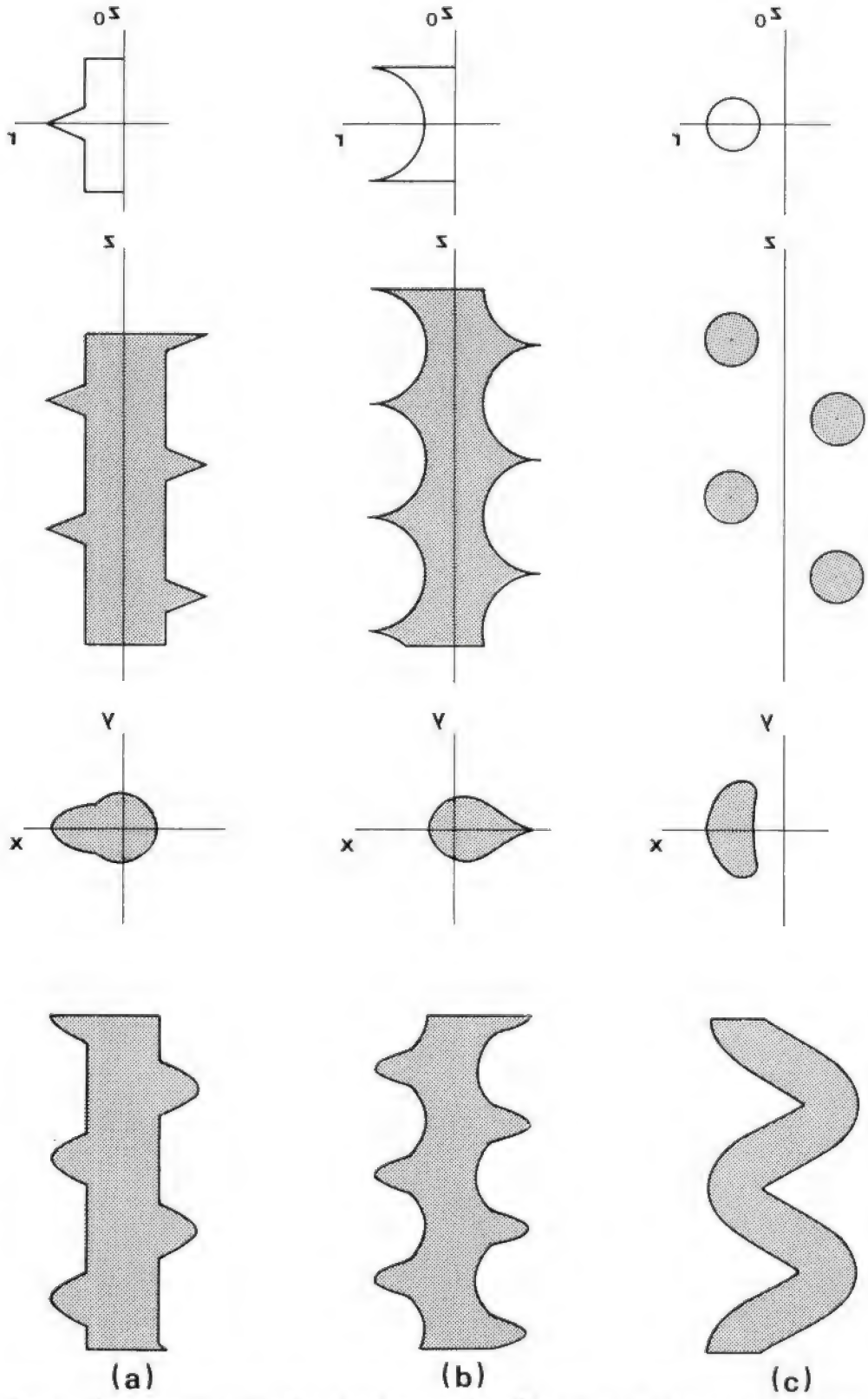


figura 6 Curva caracteristica, $z_0(r)$, secção axial, secção transversal e perfil de: a) SR tradicional de secção recta circular (arame enrolado); b) SR maciço; c) SR de núcleo cónico.

Consideremos , de seguida, a projecção do SR sobre um plano paralelo ao eixo (por exemplo, o plano y=0), isto é, o perfil do SR visto perpendicularmente ao eixo. Cada hélice do SR é definida pela equação (1) com um determinado par (z_0,r), sendo z_0 função de r. A sua projecção no plano xz é a sinusóide

$$x = r\cos\left(2\pi\frac{z - z_0}{p}\right) \qquad (2)$$

Projectando todas as hélices $z_0(r)$ obtém-se um feixe de sinusóides, todas de igual comprimento de onda p, mas de amplitudes (r) e fases (z_0) diferentes. A projecção do SR no plano axial é a envolvente destas sinusóides e está representada em baixo na figura 6 para várias secções $z_0(r)$. Estes perfis foram obtidos graficamente num computador.

A tangente a uma dada hélice (1)de raio r é definida pela vector unitário $\vec{t}$ (figura 5a)

$$\vec{t} = \left[(-r\,\mathrm{sen}\,t)\vec{i} + (r\cos t)\vec{j} + p\vec{k}\right]\left(r^2 + p^2\right)^{-1/2} \qquad (3)$$

e faz com o eixo z um ângulo, θ, definido por:

$$\cos\theta = \left(1 + \frac{4\pi^2 r^2}{p^2}\right)^{-1/2} \;;\; \mathrm{tg}\theta = 2\pi\frac{r}{p} \qquad (4)$$

O ângulo θ aumenta com r/p e varia portanto de hélice para hélice (valor θ_0 para a hélice-base r_0);tende para π/2 quando p tende para zero. A normal $\vec{n}$ à hélice-r é perpendicular ao eixo z:

$$\vec{n} = (\cos t)\vec{i} + (\mathrm{sen}\,t)\vec{j} \qquad (5)$$

O comprimento, s, da hélice-r correspondente a uma altura H medida paralelamente ao eixo é

$$s = \left(1 + \frac{4\pi^2 r^2}{p^2}\right)^{1/2} H \qquad (6)$$

Na discussão das forças necessárias à introdução do SR numa rolha intervém a área lateral do SR. Esta área pode ser obtida a partir de $z_0(r)$, notando que cada elemento da periferia da secção axial descreve uma hélice de raio r e tem uma inclinação, relativamente ao eixo SR, definida por θ(r) dado por (4). O resultado é

$$S = 2\pi\frac{H}{p}\int_{r_m}^{r_2} r\left[\left(\frac{dz_0}{dr}\right)^2 + \frac{p^2}{4\pi^2 r^2} + 1\right]^{1/2} dr \qquad (7)$$

para uma altura H medida paralelamente ao eixo do SR; r_m é o menor valor de r na superfície do SR (nos SR tradicionais r_m=r_1). É possível obter também uma expressão para o volume do SR.

No caso dos SR tradicionais é mais fácil obter a área lateral e o volume notando que o SR é gerado por uma circunferência de diâmetro D que se desloca perpendicularmente a uma hélice de raio r_0 (ângulo θ_0) que passa pelo centro da secção recta (figura 5b). Neste caso tem-se

$$S = \pi D s = \pi D\, H/\cos\theta_0 \qquad (8a)$$

$$V = \frac{\pi D^2}{4} s = \frac{\pi D^2}{4} H/\cos\theta_0 \qquad (8b)$$

em que $\cos\theta_0$ é dado por (4) com $r=r_0$. Estas equações são aproximadas. Uma dedução exacta conduz aos seguintes resultados, após desenvolvimento em série de potências para calcular os integrais

$$\frac{S}{s} = \pi D\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{D}{r_0}\right)^2\left(\frac{r_0}{p'} + \frac{p'}{r_0}\right)^{-2} + \cdots\right] \qquad (9a)$$

$$\frac{V}{s} = \frac{\pi D^2}{4}\left[1 + \frac{3}{8}\left(\frac{D}{r_0}\right)^2\left(\frac{r_0}{p'} + \frac{p'}{r_0}\right)^{-2} + \cdots\right] \qquad (9b)$$

onde $p'=p/2\pi$. Pode concluir-se que a aproximação (8) é excelente: se $D/r_0=2/3$ o erro é, na pior das hipóteses ($r_0=p'$), inferior a 2%.

Nos SR de núcleo cónico, a área lateral não é proporcional a H, havendo um termo H^2 cujo coeficiente é da ordem de $sen\,\alpha/cos^2\alpha$, onde 2α é a abertura do cone.

O número de voltas, N, que o SR tem de dar para que a ponta percorra uma altura H na rolha (profundidade de penetração do SR) é

$$N = H/p \qquad (10)$$

Tabela 1 Dimensões de saca-rolhas comerciais[4]

Tipo	Passo p	Diâmetro interior[5]	Diâmetro exterior	D	H	N	2α
Tradicional	10,0-13,2	3,0-8,0	8,2-13,2	2,7-3,5	37-56	3-5	-
Maciço	6,0-9,2	2,5-3,5	8,0-8,6	-	38-62	4-6	-
Núcleo cónico	9,3-12,3	3,0-3,8	8,5-9,5	-	40-43	4-5	3°-4°
Norma francesa D27-305	10-12	3,5-4,0	8,9-10,4	2,7-3,2	40-60	4-6	-

Na Tabela 1 indicam-se as dimensões usuais de SR comerciais dos vários tipos e as dimensões exigidas pela norma francesa NF-D27-305 para os SR do tipo tradicional (os únicos que estão normalizados). É de notar que o último "grito" comercial é um SR tradicional, com 8 espiras e que tem duas particularidades: é revestido com um polímero de modo a ter um coeficiente de atrito baixo e a extracção da rolha é conseguida

4 Dimensões em mm. Há SR, de bolso, muitas vezes incorporados em canivetes, de dimensões mais pequenas do que as indicadas.

5 Nos SR tradicionais, este diâmetro coincide com r_1. Nos SR de núcleo cónico, indica-se o valor do diâmetro interior a meio do SR; o diâmetro exterior é praticamente constante.

continuando a rodar SR no mesmo sentido. Este SR é o que está à direita da fiada de baixo da figura 1.

3 Mecânica do SR.

3.1 A deformação produzida pelo SR

Quando o SR penetra na rolha, forma-se nesta uma cavidade com a forma helicoidal do SR. O SR passa sempre "pelo mesmo sítio" à medida que avança no interior da rolha.

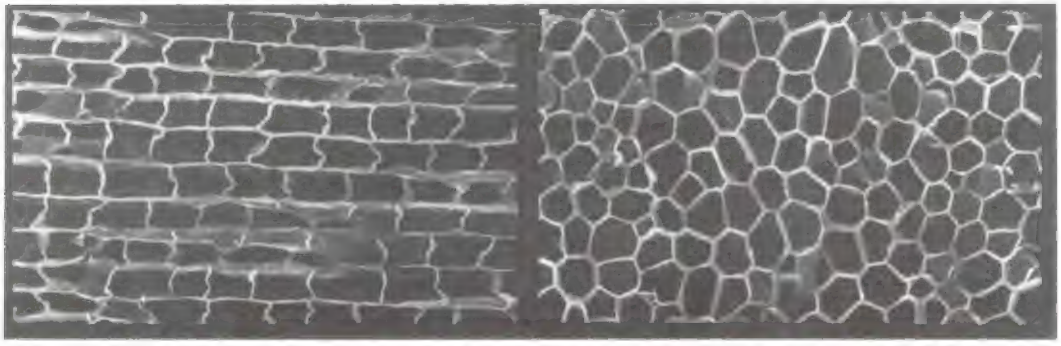


figura 7 Secções na cortiça (microscopia electrónica de varrimento, ampliação de cerca de 300×). À esquerda: secção perpendicular à direcção radial; à direita: secção paralela à direcção radial. O eixo da rolha é perpendicular à direcção radial.

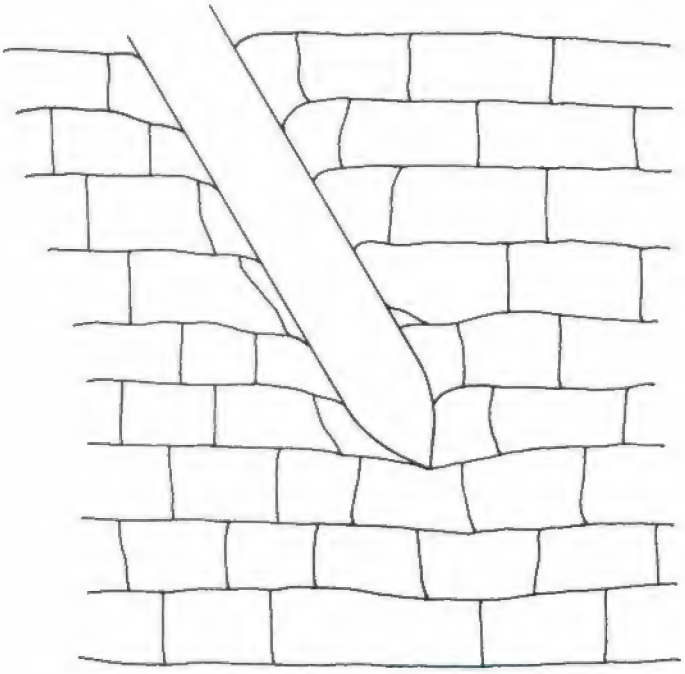


figura 8 A ponta aguçada do SR vai rasgando as paredes celulares da cortiça que depois são empurradas lateralmente à medida que o SR penetra na rolha. O desenho é puramente esquemático: na cortiça, as dimensões das células são da ordem de 10 μm.

A introdução do SR é semelhante, em muitos aspectos, à penetração dum prego na cortiça ou na madeira. Tal como a cortiça, a madeira é um material celular, formado por células ocas. Na cortiça, as células são prismáticas, alinhadas paralelamente à direcção radial (figura 7). A ponta aguçada do SR (tal como a ponta do prego) funciona como um concentrador de tensões, originando tensões de tracção suficientemente elevadas para que haja fractura das paredes celulares sob a ponta, mesmo para uma força aplicada muito pequena [3]. À medida que o SR avança, vão sendo fracturadas paredes celulares à frente da ponta, que depois são empurradas lateralmente à medida que a secção do SR vai alargando até ao seu valor final (figura 8). O SR abre caminho partindo paredes celulares sob a extremidade aguçada e depois empurrando lateralmente o material em seu redor. Não há, portanto, arrastamento do material à frente da extremidade, o que aconteceria se esta fosse romba. A deformação produzida na rolha pelo SR é localizada. O volume ocupado pelo SR é "criado" pelas células comprimidas em seu redor e não há praticamente aumento de volume da rolha, mesmo que esta se encontre fora do gargalo da garrafa.

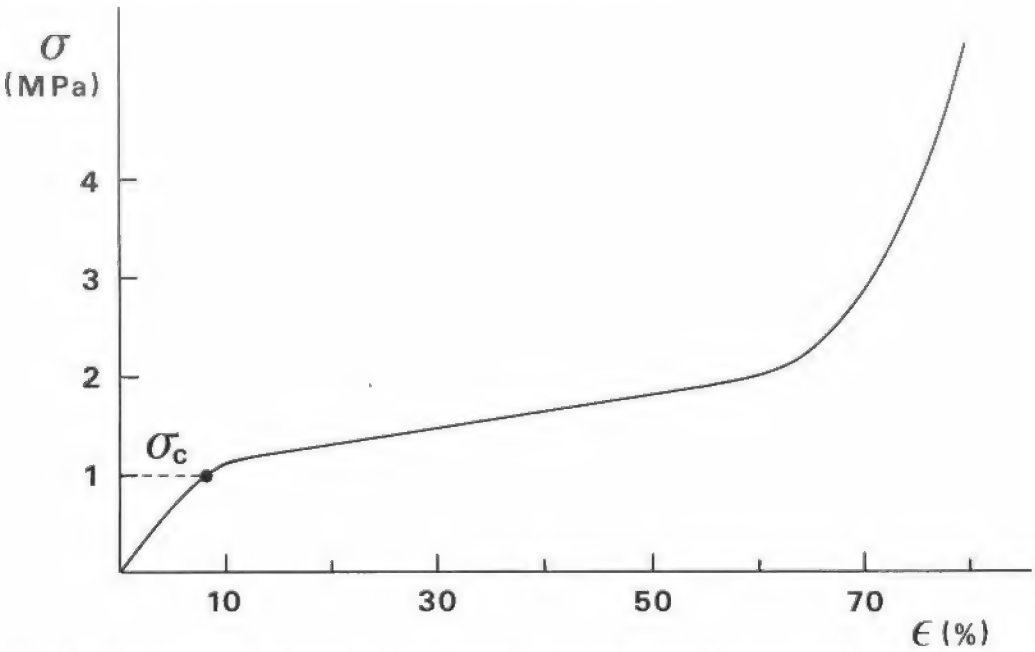


figura 9 Curva de compressão da cortiça: σ é a tensão nominal e ε a extensão nominal. A curva compreende três regiões das quais a mais extensa se inicia para $\sigma_c \approx 1$ MPa, sendo caracterizada por um declive pequeno (patamar).

A curva tensão(σ)-extensão(ε) da cortiça em compreensão uniaxial está esquematizada na figura 9 e é típica da maioria dos materiais celulares [4,5][6]. Há inicialmente um regime elástico, até uma tensão σ_c, que no caso da cortiça é aproximadamente 1MPa. Neste regime as paredes celulares flectem elasticamente, isto é, reversivelmente. Quando se atinge a tensão σ_c algumas das paredes sofrem encurvadura, mas esta ocorre do início apenas numa estreita região onde as paredes são mais debéis ou têm uma orientação mais propícia à encurvadura. A banda de células encurvadas

6 A cortiça é um material anisótropo (transversalmente isótropo em relação á direcção radial). Por isso, o comportamento em compressão depende da direcção de compressão, havendo diferenças sensíveis entre as curvas de compressão radial e de compressão em direcções perpendiculares. Nas rolhas comuns, a direcção radial é perpendicular ao eixo da rolha. Para simplificar, considerar-se-á uma curva média de compressão da cortiça.

vai alargando, sob a tensão σ, até que varre todo o provete. Na cortiça verifica-se um ligeiro aumento da tensão durante a fase de propagação da banda de encurvadura, no fim da qual a tensão pode atingir cerca de 2MPa (figura 9). Nesta altura, a extensão, no caso da cortiça, é de cerca de 70%, com uma diminuição de volume da mesma ordem de grandeza. Posteriormente, a compressão origina contactos entre as paredes celulares encurvadas, há esmagamento destas e a tensão sobe rapidamente (parte final da curva de compressão).

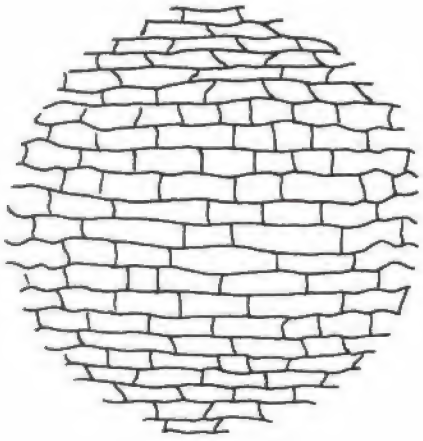


figura 10 Secção transversal de uma rolha, mostrando a região exterior, junto ao gargalo, com as paredes celulares encurvadas, e a região interna com as paredes celulares apenas flectidas. O desenho é esquemático: o número de células na secção de uma rolha é de 10^8.

Uma rolha metida no gargalo está comprimida radialmente com uma extensão que é tipicamente de 25-30%. Isto implica que só parte da cortiça da rolha, até uma certa distância do gargalo, tem as paredes encurvadas, enquanto na região central as paredes estão apenas flectidas (figura 10). A tensão de compressão radial (que é a pressão que a rolha exerce sobre o gargalo) é portanto ligeiramente superior a σ_c. Quando o SR penetra na região central há uma compressão adicional em seu redor, mas a tensão normal na superfície do SR deve manter-se próximo do valor σ_c, havendo encurvadura das paredes celulares em redor do SR. A pressão que a cortiça exerce sobre a superfície do SR é portanto próxima, mas um pouco superior a 1MPa.

Quando o SR é retirado, as células comprimidas em seu redor recuperam parcialmente a forma inicial, mas este processo ocorre gradualmente. O rasto do SR é assim parcialmente atenuado, permanecendo no entanto as paredes celulares quebradas. Quer dizer, a "cicatrização" dos danos produzidos pelo SR não é total mas é, em geral, suficiente para garantir uma boa estanquicidade da rolha, no caso de o SR a ter atravessado de lado a lado.

3.2 Binário e força axial de introdução

A resistência à penetração do SR resulta do atrito de escorregamento entre o SR e a cortiça. As condições sob a extremidade do SR são sempre as mesmas durante a penetração mas a área de contacto do SR com a cortiça vai sempre aumentando, pelo que a resistência aumenta com a profundidade de penetração H. Consideremos primeiro as forças de atrito na parte do SR com secção uniforme (isto é, excluindo a ponta aguçada). Estas forças actuam tangencialmente à superfície do SR, paralelamente ao vector $\vec{t}$ em cada elemento dS da superfície (figura 11). O vector $\vec{t}$ faz

com o eixo do SR um ângulo θ dado pela equação (4), onde *r* é a distância do elemento *dS* ao eixo. A pressão de compressão em *dS* é σ. Segue-se que a força de compressão é σ*dS* e a força de atrito μσ*dS*, sendo μ o coeficiente de atrito de escorregamento entre o SR e a cortiça.

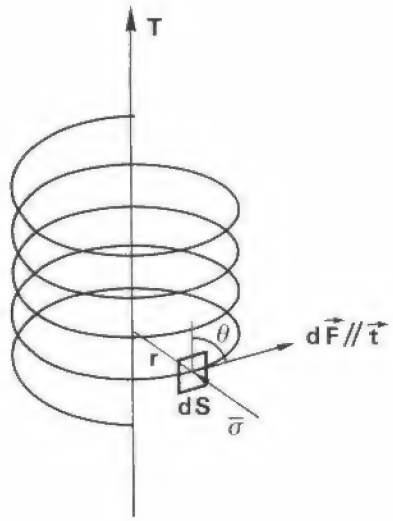


figura 11 As forças de atrito num elemento *dS* da superfície do SR actuam paralelamente ao vector $\vec{t}$ tangente à hélice que passa por *dS*; o braço destas forças, relativamente ao eixo *z*, é *r*.

Para introduzir o SR na rolha há que aplicar forças que "vençam" as forças de atrito. No elemento de área dS, a componente dessas forças, paralela ao eixo *z*, é μσ*dS*cosθ pelo que a força axial com que o SR tem de ser empurrado é

$$F' = \int \mu\sigma\cos\theta dS \qquad (11)$$

Dadas as características mecânicas da cortiça, σ deve variar pouco de ponto para ponto da superfície do SR, pelo que tomaremos um valor constante $\bar{\sigma}$ para σ; este $\bar{\sigma}$ deve ser próximo de σ_c. Se μ também for constante, então

$$F = \mu\bar{\sigma}\int\cos\theta dS = \mu\bar{\sigma}2\pi\frac{H}{p}\int_{r_m}^{r_2} r\left(1+\frac{4\pi^2r^2}{p^2}\right)^{-1/2}\left[\left(\frac{dz_0}{dr}\right)^2+\frac{p^2}{4\pi^2r^2}+1\right]^{1/2} dr \qquad (12)$$

utilizando a expressão de *dS* já introduzida na equação 7.

A componente das forças de atrito perpendicular ao eixo do SR é μσdS senθ, pelo que o binário a aplicar para vencer estas forças é

$$T = \mu\bar{\sigma}\int \text{sen}\,\theta dS = \mu\bar{\sigma}2\pi\frac{H}{p}\int_{r_m}^{r_2} r^2\left(1+\frac{p^2}{4\pi^2r^2}\right)^{-1/2}\left[\left(\frac{dz_0}{dr}\right)^2+\frac{p^2}{4\pi^2r^2}+1\right]^{1/2} dr \qquad (13)$$

Conclui-se das equações (12) e (13) que tanto *F'* como *T'* são proporcionais a *H*.

No caso dos SR tradicionais, estas equações podem ser simplificadas visto que $r \approx r_0$ e $\cos\theta \approx \cos\theta_0$ em todos os pontos das superfícies do SR. A área lateral é então dada pela equação (8a) e pode obter-se

$$F' = \mu\bar{\sigma}\pi DH$$
$$T' = \mu\bar{\sigma}\frac{2\pi^2 r_0^2}{p}DH \qquad (14)$$

ambos proporcionais a D.

A penetração da ponta aguçada do SR origina contribuições para a força axial e para o binário, respectivamente F_0 e T_0. Experiências com pregos [3] sugerem que quer F_0 quer T_0 deverão ser proporcionais à área (A_0) da secção recta do SR na parte não aguçada[7], aumentando ambos com o comprimento da ponta aguçada. A força axial necessária à introdução do SR é portanto

$$F_{int} = F_0 + k_F H \qquad (15)$$

e o binário de introdução é

$$T_{int} = T_0 + k_T H \qquad (16)$$

em que F_0, T_0, k_F e k_T são constantes para cada SR (há também, através de $\mu\bar{\sigma}$, um efeito do tipo de cortiça), obtendo-se k_F e k_T a partir das equações (12) e (13), respectivamente. Na figura 12a estão esquematicamente representadas as curvas $F(H)$ e $T(H)$. A determinação experimental destas curvas é descrita no artigo seguinte [6]. No caso mais simples dos SR tradicionais, as expressões (14) permitem escrever

$$k_F = \frac{dF}{dH} = \mu\bar{\sigma}\pi D \qquad (17)$$

$$k_T = \frac{dT}{dH} = \mu\bar{\sigma}\frac{2\pi^2 r_0^2}{p}D \qquad (18)$$

pelo que

$$\frac{k_T}{k_F} = \frac{2\pi r_0^2}{p} \qquad (19)$$

7 Experiências com pregos normais e cortiça dão $F_0/A_0 = 5{,}6$ MPa.

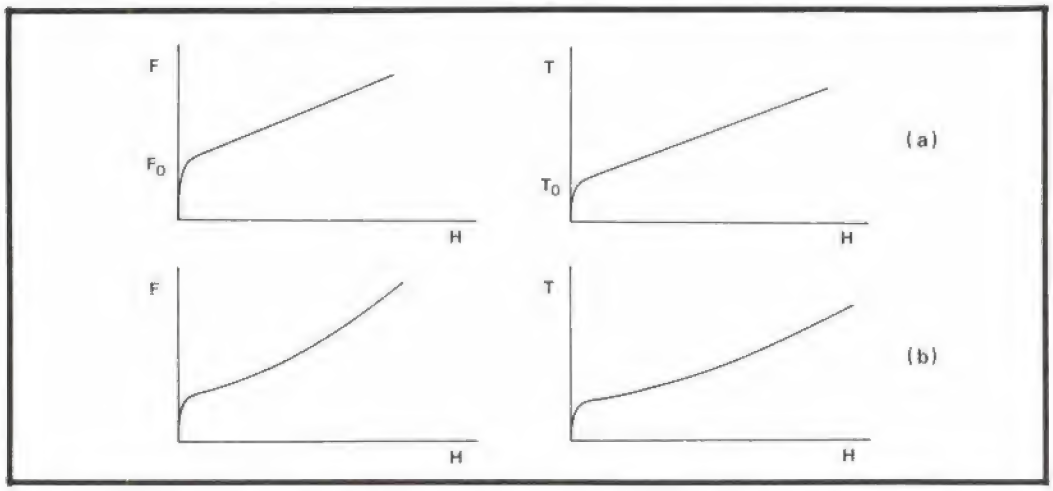


figura 12 Curvas de variação da força axial *F* e do binário *T* de introdução do SR com a altura *H* de penetração: a) SR tradicionais e maciços; b) SR com núcleo cónico.

Se o SR é do tipo núcleo cónico, a área lateral não é proporcional a *H*, havendo um termo em H^2. Resulta que *F(H)* e *T(H)* deverão também, neste caso, ter um termo em H^2 que originaria curvas da forma indicada na figura 12b. Nos SR comerciais de núcleo cónico, a abertura do cone é muito pequena (ver tabela 1) pelo que o termo quadrático deverá ser muito pequeno.

3.3 Extracção da rolha

A pressão de aperto da rolha contra o gargalo, σ_a, é, como se viu, um pouco superior à tensão de encurvadura σ_c. Para extrair a rolha é necessário aplicar uma força axial, F_{ext}, que vença as forças de atrito entre a rolha e o gargalo, as quais actuam numa área $2\pi R H_R$, em que *R* é o raio do gargalo e H_R é a altura da rolha (normalmente a rolha está totalmente dentro do gargalo). Tem-se então

$$F_{ext} = \mu_0 2\pi R H_R \sigma_a \qquad (20)$$

onde μ_0 é o coeficiente de atrito (estático) de escorregamento da cortiça sobre o vidro. Esta força de extracção pode ser medida experimentalmente. Para rolhas normais (H_R=38 a 45 mm; R_R=11 a 13 mm) introduzidas num gargalo de raio *R*=10 mm, o valor de F_{ext} é próximo de 250 N [7,8].

A força de extracção, F_{ext}, é bastante superior á força axial, F_{int}, necessária à introdução do SR na rolha[8], pelo que a rolha não é empurrada para dentro da garrafa na introdução do SR, isto é, "aguenta" o SR. Isto deve-se sobretudo ao facto da área de contacto rolha-gargalo ser muito maior do que a área de contacto rolha-SR (projectada na superfície do gargalo).

8 Excepcionalmente, pode acontecer que a rolha seja empurrada para dentro com uma força inferior á força de introdução do SR, o que tem a ver com a não uniformidade do diâmetro do gargalo.

É o SR que "transmite" a força F_{ext} à rolha, provocando, se tudo for como deve ser, a sua extracção. Pode no entanto acontecer uma de duas anomalias: 1) o SR sai (é arrancado) da rolha sem que esta saia do gargalo; 2) a rolha não é extraída totalmente, partindo-se e ficando uma parte no gargalo. Iremos discutir em seguida as condições que devem ser satisfeitas para que não ocorra nenhuma destas anomalias.

A aplicação de uma força axial de extracção, *F*, ao SR introduzido na rolha, provoca uma compressão na cortiça que se encontra sobre as espiras do SR (figura 13), e o SR desloca-se levemente para cima se a força *F* for pequena. A situação é semelhante à que ocorre quando se pressiona sobre a superfície dum material celular um punção rombo: quando uma força é suficientemente alta, pode haver rasgamento (fractura) das paredes celulares junto à periferia da extremidade do punção. Há um valor crítico de *F/A* para que haja fractura (*A* é a área da extremidade romba do punção).

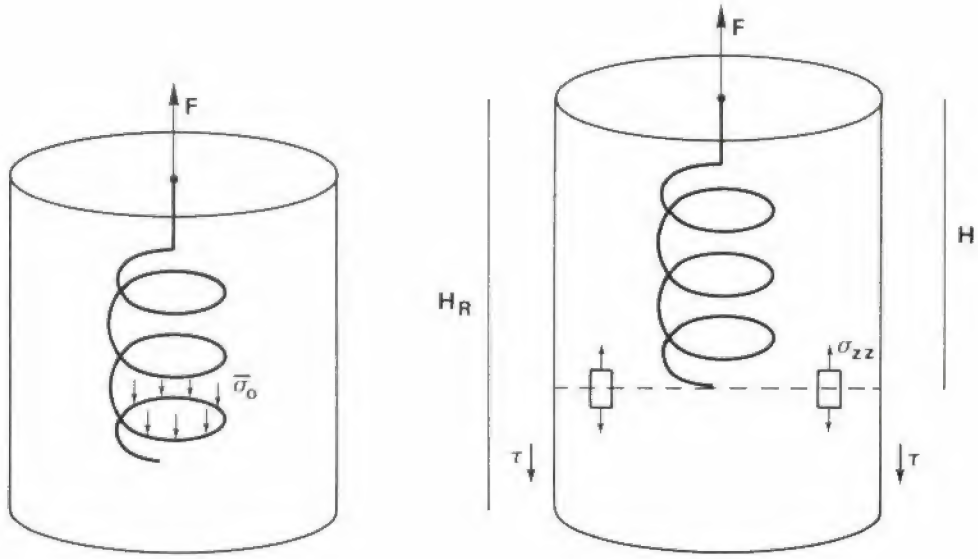


figura 13 Por efeito da força axial *F*, aplicada na extracção da rolha, as espiras do SR são empurradas contra a cortiça, com tensão média de compressão, $\overline{\sigma}_0$. Para forças muitas elevadas, haverá rotura da cortiça e o SR é arrancado da rolha.

figura 14 Por efeito da força axial *F*, aplicada na extracção da rolha, aparecem tensões de tracção nas secções transversais da rolha; a secção crítica é a que está indicada a tracejado, com uma tensão média de tracção $\overline{\sigma}_{zz}$; estas forças de tracção são equilibradas pelas forças de atrito tangenciais, τ, na superfície da rolha abaixo da secção transversal em causa.

Quando o SR é puxado com uma força *F*, a tensão de aperto (ou de compressão) contra a cortiça é, em média, F/NA_p, em que A_p é a área projectada, da superfície de contacto entre o SR e a cortiça, num plano perpendicular ao eixo do SR, isto é, no caso do SR tradicionais, a área entre as circunferências de raios r_1 e r_2 (figura 5). $N=H/p$ é o número de espiras na altura *H*. O SR não sairá da rolha se a força axial *F* satisfizer a seguinte condição

$$F < \sigma_{crit} \frac{A_p H}{p} \qquad (21)$$

em que σ_{crit} é o valor da tensão crítica para que o rasgamento das paredes celulares ocorra. Uma estimativa de σ_{crit}, baseada em experiências com pregos rombos em cortiça [3], é

$$\sigma_{crit} = 10 \text{ MPa} \tag{22}$$

Usando a equação (20) para a força de extracção, conclui-se de (21) que a condição para que a rolha seja extraída sem que o SR seja arrancado é

$$\frac{A_p}{p} > \frac{2\pi\sigma_a}{\sigma_{crit}} \mu_0 R \frac{H_R}{H} \tag{23}$$

Com valor de $2\pi\sigma_a\mu_0 R = F_{ext}/H_R \approx 6{,}6\times10^3$ N/m, a condição (23) dá

$$\frac{A_p}{p} > 0{,}66 \frac{H_R}{H} \tag{24}$$

com A_p/p em mm. Para SR normalizados (que são do tipo tradicional) os valores de A_p/p variam entre 4,8 e 11,4 mm, como se depreende dos valores da Tabela 1, o que significa que a rolha pode ser extraída desde que H seja superior a 6-14% da altura H_R da rolha. Deve no entanto usar-se um factor de segurança, já porque a força de extracção pode ultrapassar o valor normal, já porque defeitos na rolha podem originar menores valores de σ_{crit}.

Vejamos agora a segunda anomalia na extracção com SR, a qual tem a ver com a fractura transversal da rolha. Esta fractura poderá ocorrer se o SR não for totalmente introduzido na rolha ($H/H_R<1$), o que de resto é a situação normal, para evitar a expulsão de partículas de cortiça para o interior da garrafa. Novamente, e não se dispondo duma análise detalhada das tensões resultantes da aplicação da força F, há que fazer um tratamento aproximado, a avaliar experimentalmente.

A fractura da rolha ocorre por propagação de uma fenda transversal devido às tensões de tracção $\overline{\sigma}_{zz}$, actuando paralelamente ao eixo z (figura 14), na secção transversal da rolha que passa pela extremidade do SR (esta é a secção mais vulnerável). Estas forças de tracção são equilibradas pelas tensões tangenciais, τ, que actuam na superfície rolha/gargalo abaixo da secção transversal em causa, isto é, numa altura (H_R-H) do gargalo. Se for $\overline{\tau}$ a tensão tangencial média nessa região da superfície rolha/gargalo, aquele equilíbrio de forças traduzir-se-á por

$$\pi R^2 \overline{\sigma}_{zz} = 2\pi R (H_R - H)\overline{\tau} \tag{25}$$

em que $\overline{\sigma}_{zz}$ é o valor médio das tensões de tracção σ_{zz}.

Uma estimativa de $\overline{\tau}$ pode ser obtida admitindo uma tensão tangencial uniforme em toda a superfície rolha/gargalo; obtém-se

$$\overline{\tau} = \frac{F}{2\pi R H_R} \tag{26}$$

e substituindo em (25)

$$\overline{\sigma}_{zz} = \frac{F}{\pi R^2}\left(1 - \frac{H}{H_R}\right) \tag{27}$$

Admitindo que a tensão σ_{zz} máxima, junto do eixo, é proporcional a $\overline{\sigma}_{zz}$ (factor de proporcionalidade *c*) a condição para que não haja fractura é

$$c\overline{\sigma}_{zz} < \sigma_f \tag{28}$$

em que σ_f é a tensão de fractura da cortiça em tracção. Esta tensão dependerá, em geral, dos defeitos que a cortiça da rolha possa conter. O valor médio de σ_f determinado experimentalmente para uma cortiça de boa qualidade (poucos poros e de dimensão pequena) é σ_f=0,8 MPa [9]. A condição de não-fractura pode escrever-se

$$\frac{F}{\pi R^2}\left(1-\frac{H}{H_R}\right) < \sigma_{crit} \tag{29}$$

em que $\sigma'_{crit} = \sigma_f / c$. Pode-se tomar

$$\sigma_{crit} = 0{,}4 \text{ MPa} \tag{30}$$

Há no entanto rolhas que partem com forças inferiores, o que pode atribuir-se a defeitos concentradores de tensão existentes nas rolhas, os quais facilitam a fractura. Deve portanto usar-se uma factor de segurança na equação 29.

3.4 Remoção do SR

Depois da extracção da rolha, o SR é retirado aplicando-lhe uma força axial e um binário de sentidos contrários aos que se utilizaram na introdução. Quer a força quer o binário de remoção são, para cada valor de *H*, inferiores aos necessários à introdução, por três razões: na remoção há apenas as forças de atrito na superfície lateral do SR, mas não há parcela correspondente à penetração da ponta do SR, isto é, a força F_0 e o binário T_0 (equações 15 e 16). No caso em que são válidas essas equações, a força e o binário de remoção são pois

$$\begin{aligned} F_{rem} &= k'_F H \\ T_{rem} &= k'_T H \end{aligned} \tag{31}$$

Mas as constantes *k'* na remoção são certamente menores que os correspondentes *k* na introdução porque a tensão de compressão da cortiça contra o SR se torna menor devido à relaxação de tensão que ocorre na cortiça em redor do SR. É esta a segunda razão porque $F_{rem}<F_{int}$ e $T_{rem}<T_{int}$ para o mesmo *H*. Finalmente, o facto de a rolha estar fora do gargalo e não sujeita, portanto, a uma compressão radial, poderá também contribuir para a diminuição das forças na remoção (diminuição de $\overline{\sigma}$).

No caso de SR com núcleo cónico, a força e o binário de extracção são também inferiores aos de introdução, estando ausentes os termos F_0 e T_0 e diminuindo os valores dos coeficientes dos termos em *H* e H^2 da força e do binário.

4 Dimensionamento do SR

4.1 Condições relacionadas com a extracção da rolha

As condições que devem ser verificadas para uma extracção perfeita da rolha são expressas pelas equações (21) e (29) que escreveremos de novo com a seguinte forma (onde não se entrou com qualquer factor de segurança)

$$\frac{F}{A_p} < \sigma_{crit}\frac{H}{p} \tag{32}$$

$$\frac{F}{\pi R^2} < \sigma_{crit}^{'}\left(1 - \frac{H}{H_R}\right)^{-1} \qquad (33)$$

que garantem, respectivamente, que o SR não é arrancado da rolha e que esta não parte quando é aplicada a força F. Por outro lado, a força F tem de ser pelo menos igual à força de extracção da rolha, dada pela equação (20):

$$F_{ext} = \mu_0 2\pi R H_R \sigma_a \qquad (34)$$

O número de voltas que o SR tem de dar (equação 10)

$$N = H/p \qquad (35)$$

deve ser o mais pequeno possível. Também, a força axial e o binário de introdução (equações 15-18)

$$F_{int} = F_0 + \mu\bar{\sigma}P_0 H \qquad (36a)$$

$$T_{int} = T_0 + \mu\bar{\sigma}2\pi P_0 \frac{r_0^2}{p} H \qquad (36b)$$

devem ser o mais pequenos possível. Estas equações, bem como a equação 37, são aplicáveis a SR do tipo tradicional com a secção recta (forma arbitrária) de perímetro P_0 e área A_0. O peso do SR e a sua robustez são também variáveis a ter em conta. O peso deve ser o menor possível, o que significa que, para um dado material seleccionado para fabrico, o volume da hélice (cf. equação 8b),

$$V = A_0 H\left(1 + \frac{4\pi^2 r_0^2}{p^2}\right)^{1/2} \qquad (37)$$

deve ser o menor possível. A condição de robustez pode ser enunciada, de uma forma simplificada, impondo a deformação máxima tolerável e a improbabilidade de fractura, quer nas operações inerentes à extracção da rolha, quer no armazenamento do SR (um SR de vidro partir-se-á na gaveta). Estas condições relacionadas com a robustez, implicam dimensões superiores a um certo mínimo, que varia consoante o material usado.

Para dimensionar o SR imporemos primeiro as condições (32) e (33), com F dada por (34). Em seguida imporemos as condições relacionadas com (35), (36) e (37). Finalmente verificaremos se a condição de robustez é satisfeita para um dado material potencialmente aplicável (seleccionado por razões de preço, aptidão ao fabrico e resistência à corrosão)[9].

Admitiremos que F_{ext}=250 N, que é o valor para as rolhas usuais (H_R=38 mm; R_R=12 mm) com gargalos de raio R=10 mm. A condição (32) escreve-se (cf. equação 24)

$$A_p \frac{H}{p} > 25 \text{ mm}^2 \qquad (38)$$

9 A diminuição do coeficiente de atrito entre o SR e a cortiça, permite diminuir as forças (36) e é portanto vantajosa; os SR revestidos, referidos anteriormente, exploram essa vantagem.

e (33) dá simplesmente

$$H > 19 \text{ mm} \tag{39}$$

As restantes condições implicam que

$$H : P_0 : A_0 : r_0 : 1/p$$

sejam o menor possível, dentro dos limites de robustez do SR. A altura H a que o SR penetra na rolha deve ser inferior a H_R para evitar a saída de partículas de cortiça e não prejudicar a estanquicidade da rolha.

Há um grande número de variáveis em jogo: H, p, r_0, P_0, A_0, A_p. Para reduzir o número de variáveis, admitiremos que a secção recta do SR é elíptica de eixos a, b (eventualmente $a=b$), sendo o eixo a paralelo à normal à hélice-base (relembre-se que esta normal é perpendicular ao eixo do SR).

Tem-se, usando uma fórmula aproximada para o perímetro, P_0, de uma elipse

$$\begin{aligned} A_p &\approx \pi\left[\left(r_0+\frac{a}{2}\right)^2-\left(r_0-\frac{a}{2}\right)^2\right]=2\pi r_0 a \\ A_0 &= \frac{\pi}{4}ab \\ P_0 &\approx \frac{\pi}{2}(a+b) \end{aligned} \tag{40}$$

As variáveis são agora: H, p, r_0, a, b/a e as condições a impor são

$$r_0\, a\, H > 4p \text{ (mm)} \tag{41}$$

$$H > 19 \text{ mm} \tag{42}$$

e

$$H : a : b : r_0 : 1/p$$

o menor possível dentro dos limites de robustez do SR. Além disso, tem de ser $b<p$.

Podemos fixar já o valor de H de modo a satisfazer a condição (42), pondo H=30 mm, o que também garante que o SR não vai até ao fundo da rolha. Resta então a condição (41). Mas como r_0a/p deve ser o menor possível, deve impor-se

$$\frac{r_0 a}{p} = 0{,}13 \text{ mm} \tag{43}$$

que é o menor valor de r_0a/p que satisfaz (41) para H=30 mm.

Conclui-se que um SR ideal de secção elíptica deve satisfazer r_0a/p=0,13 mm e ter b o mais pequeno possível, sempre limitado pela robustez[10]. Veremos em seguida quais as limitações à redução de b.

---

10 De acordo com a norma francesa referida, o valor de r_0a/p pode ir de 1,1 a 1,8 mm para SR de secção circular ($a=b$), o que equivale a factores de segurança à volta de 10.

4.2 - Condições relacionadas com a deformação e tensões no SR.

Durante a sua utilização, o SR é submetido a um binário (torção) e a uma força axial (compressão e tracção). Poderá haver também flexão do SR durante a introdução na rolha e na extracção desta. Finalmente, no seu manuseamento o SR pode sofrer impacto de outros objectos.

A selecção do material do SR e o seu dimensionamento devem ser de modo a evitar: a) deformação elástica excessiva, b) deformação plástica, c) fractura. Consideremos separadamente a tracção, torção, flexão e fractura de um SR tradicional com secção circular ou elíptica.

Em tracção ou compressão uniaxial, o SR tradicional comporta-se como uma mola. Se for F a força axial aplicada e ΔH a variação da altura H da hélice, define-se a rigidez k do SR (à compressão/tracção) que é dada, para um SR de secção circular de diâmetro D, por [p. ex. 10]

$$k_1 = \frac{F}{\Delta H} = \frac{GD^4 p}{64 r_0^3 H} \tag{44}$$

em que G é o módulo de distorção. H/p é o número de espiras do SR. A tensão tangencial máxima no SR é [10]

$$(\tau_m)_1 = \frac{16 r_0 F}{\pi D^3} \tag{45}$$

independente do passo. Para r_0=5 mm, D=3 mm e F=250 N esta tensão é de 240 MPa. Se a secção for elíptica de eixos a e b, a rigidez é dada por [10]

$$k_2 = \frac{G}{32} \frac{a^3 b^3}{a^2 + b^2} \frac{p}{H r_0^3} \tag{46}$$

e a tensão máxima por

$$(\tau_m)_2 = \frac{8}{\pi} r_0 F \frac{a^2 + b^2}{a^2 b^3} \tag{47}$$

Esta tensão aumenta rapidamente quando b diminui. Para $b<<a$, r_0=5 mm, F=250 N obtém-se $(\tau_m)_2$=3,2 GPa para b=1 mm. Esta tensão seria suficiente para deformar plasticamente um SR de aço.

A presença do núcleo central aumenta consideravelmente a resistência do SR à tracção ($k_3=\pi E r_n^2/H$ em que r_n é o raio do núcleo) e permite uma redução substancial de b, ou seja, um perfil "cortante" para a hélice. Por exemplo, para r_n=1 mm, a tensão no núcleo é apenas 100 MPa, bem inferior à tensão de cedência de um aço (400-1000 MPa).

Em torção (binário T), o ângulo de torção β é dado por [10]

$$T = \frac{G\beta}{H} I_z \tag{48}$$

em que I_z é o momento de área em relação ao eixo z. Consideremos primeiro um cilindro oco, de raio r_0 e espessura a, para o qual

$$I_z = \pi\left(r_0^3 a + r_0 a^3\right) = \pi a r_0^3\left(1 + \frac{a^2}{r_0^2}\right) \tag{49}$$

A tensão tangencial máxima (na parede exterior do cilindro) é [10]

$$\tau_m = \frac{T}{I_z}\frac{r_0 + a/2}{H} \tag{50}$$

Mas relativamente ao cilindro oco, o SR (sem núcleo) tem apenas "matéria" ao longo de uma hélice de raio r_0, sendo a fracção ocupada por "matéria" aproximadamente b/p[11]. Podemos, pois, em primeira aproximação, usar as equações (49) e (50) com

$$I_z = \frac{b}{p}\pi a r_0^3\left(1 + \frac{a^2}{r_0^2}\right) \tag{51}$$

O binário de torção aplicada ao SR é, desprezando o termo T_0 na equação 36b,

$$T = kH \; ; \; k = \mu\bar{\sigma}\pi^2\frac{r_0^2}{p}(a+b) \tag{52}$$

pelo que a tensão máxima no SR é independente da profundidade de penetração com

$$(\tau_m)_3 = k\frac{r_0 + a/2}{I_z} \tag{53}$$

As tensões que se geram por torção do SR são em regra inferiores às que resultam da tracção. Por exemplo, para os mesmos valores de F, r_0 e b usados anteriormente, e $p=r_0$, a tensão máxima é apenas 180 MPa, inferior à tensão de cedência dos aços "normais".

Tal como no caso da tracção-compressão, a presença de um núcleo reduz as tensões produzidas por torção, relativamente ao SR tradicional, sem núcleo.

A análise das tensões devidas à flexão do SR (que pode ocorrer acidentalmente na introdução do SR na rolha) mostra que as tensões que se geram são, em regra, pequenas comparadas com as que se desenvolvem devido a torção e compressão-tracção.

Além destas solicitações, o SR pode sofrer outras, designadamente em condições de impacto. A resistência à fractura depende essencialmente da área A_0 da secção do SR mas há também um efeito separado de a e de b. Por exemplo, se a secção for muito delgada (b pequeno) há riscos grandes de fractura. Convirá portanto usar uma espessura razoável, mas a quantificação deste efeito é impossível, a menos que se faça uma hipótese sobre as forças de impacto expectáveis.

---

11 Uma melhor estimativa consiste em tomar para a fracção de material o quociente entre a área de secções contendo o eixo z no SR e num cilindro oco de raio r_0 e a espessura a. O resultado é $\pi b/(8p\cos\theta)$.

5. Conclusões

A análise que se fez sobre o funcionamento e 'design' do SR revelou as principais particularidades deste instrumento e permitiu clarificar algumas questões menos bem conhecidas sobre a mecânica da extracção de rolhas. O 'design' do SR constitui um problema curioso, dado o grande número de variáveis em jogo, não obstante a aparente simplicidade do dispositivo e do processo em que é usado. A variedade de SR existentes demonstra a não existência de um dimensionamento óptimo, o que é posto em evidência na análise efectuada.

O desenvolvimento de SR com um núcleo central, de geometria mais complicada, está relacionada com o aumento da resistência mecânica do SR e não propriamente com o seu desempenho na extracção de rolhas.

Agradecimentos

O autor agradece a todas as pessoas que contribuíram para a preparação deste artigo, designadamente: A. Sousa e Brito (IST), M. Emília Rosa (IST), Joaquim Carvalho (Corgom), Lurdes Marcelino (IST), José Soares (IST), Henrique R. Nunes (IST), Duarte Lousada (IST), Daniel Pardal (IST).

Referências

[1] McKearin, Helen (1973). On Stopping, Bottling and Binning, *Industrial Bottler and Packer*, April, 47-54.

[2] Larrañaga, Natalia B. (1990). Sacacorchos de Museo, *Extrisimo*, Madrid, 3, 10-17.

[3] Vaz, M. Fátima e Fortes, M.A. (1991). The indentation and nailing of cellular materials in Mechanical Properties of Porous and Cellular Materials, *Mat. Research Soc. (USA) Symposium Proceed.*, 207, 41-59.

[4] Gibson, Lorna J. e Ashby, M.F. (1988). *Cellular Solids - Structure and Properties*, Pergamon Press.

[5] Rosa, M. Emília e Fortes, M.A. (1988). Rate effects on the compression and recovery of dimensions in cork, *J. Mat. Sci.*, 23, 879-885.

[6] Sousa e Brito, A. e Fortes, M.A. (1993). Determinação experimental das forças de introdução e remoção dum saca-rolhas, *Técnica*, número único de 1992, artigo seguinte neste número.

[7] Bicho, M.F. (1984). A rolha de cortiça natural: bases para a sua normalização, *Cortiça*, 554, 355-367.

[8] Varanda, José (1984). Caracterização de Rolhas, *Cortiça*, 554, 369-372.

[9] Rosa, M. Emília e Fortes, M.A. (1991). Deformation and fracture of cork in tension, *J. Mat. Sci.*, 26, 341-348.

[10] Cottrell, A.H. (1964). *The Mechanical properties of matter*, John Wiley.

Sobre o Autor

M. Amaral Fortes é Professor Catedrático do Departamento de Engenharia de Materiais do Instituto Superior Técnico, Universidade Técnica de Lisboa.

MINISTÉRIO DAS OBRAS PÚBLICAS, TRANSPORTES E COMUNICAÇÕES

Laboratório Nacional de Engenharia Civil

O Laboratório Nacional de Engenharia Civil (LNEC) é um organismo de Ciência e Tecnologia, integrado no sector do Estado. Criado em 1946 desenvolve um conjunto de actividades ligadas à criação, desenvolvimento, produção e difusão de conhecimentos científicos e técnicos no domínio da engenharia civil e ciências afins. A investigação e desenvolvimento é a principal dessas actividades e decorre em larga medida da realização dos seus programas de investigação de médio prazo e do desenvolvimento de trabalhos prosseguidos de forma sistemática com vista a ampliar o conjunto de conhecimentos bem como a utilização desses conhecimentos em novas aplicações. Parte importante destas acções processa-se essencialmente através de convénios e protocolos estabelecidos com instituições nacionais e internacionais, designadamente com as Universidades, em acções de formação e outras acções que incluem a promoção de empreendimentos, a observação do seu comportamento e a assistência técnica a institutições congéneres noutros países.

Prestigiado no País e reconhecido internacionalmente como uma instituição solidamente implantada nas áreas temáticas da engenharia civil ligadas à indústria da construção, o LNEC tem vindo a desenvolver a sua actividade nos domínios do urbanismo, das energias renováveis, da detecção remota, do projecto e construção de equipamento de precisão, dos novos materiais, das tecnologias da informação aplicadas, e da poluição e ambiente.

Av. do Brasil, 101, 1799 LISBOA CODEX PORTUGAL *Tel.: (+ 351 1) 848 21 31, Tlx.: 16 760 LNEC P, Fax: (+ 351 1) 89 76 60*